Factorización

# FACTOR COMÚN / EJERCICIOS RESUELTOS

**EJEMPLO 1**: (Hay factor común entre los números)  
  
8a - 4b + 16c + 12d = **4. (2a - b + 4c + 3d)**  
  
  
El factor común es el número 4: El Máximo Común Divisor entre los números.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun1.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 2**: (Hay factor común entre las letras)  
  
7x2 + 11x3 - 4x5 + 3x4  - x8 = **x2. (7 + 11x - 4x3 + 3x2 - x6)**  
  
  
El factor común es x2.: La x elevada a la menor potencia con que aparece.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 2**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun2.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 3**: (Hay factor común entre los números y entre las letras)  
  
9x3 - 6x2 + 12x5 - 18x7 = **3x2. (3x - 2 + 4x3 - 6x5)**  
  
  
El factor común es 3x2: El MCD entre los números y la x elevada a la menor potencia.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 3**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun3.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 4**: (Con fracciones)

4/3 x - 8/9 x3 + 16/15 x7 - 2/3 x5 = **2/3 x. (2 - 4/3 x2 + 8/5 x6 - x4)**

El factor común es 2/3 x: El MCD del numerador sobre el MCD del denominador, y la x a la menor potencia.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 4**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun4.htm)

**EJEMPLO 5:** (Con varias letras diferentes)  
  
9x2ab - 3xa2b3 + x2az = **xa. (9xb - 3ab2 + xz**)  
  
  
El factor común es xa. Las 2 letras que están en todos los términos, con la menor potencia con la que aparecen.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 5**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun5.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 6**: (Con números grandes)  
  
36x4 - 48x6 - 72x3 + 60x5 = **12x3. (3x - 16x3 - 6 + 5x2)**  
  
  
Entre números grandes es más difícil hallar el MCD.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 6**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun6.htm)  
  
  
  
  
PARA AVANZADOS: (Raramente se ve en Nivel Medio)  
  
  
**EJEMPLO 7**: (Sacar factor común negativo)  
  
8a - 4b + 16c + 12d = **- 4. (- 2a + b - 4c - 3d)**  
  
  
Saco factor común "-4". Todos los términos quedan con el signo contrario al que traían.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 7**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun7.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 8**: (El Factor común es una expresión de más de un término)  
  
(x + 1).3 - 5x. (x + 1) + (x + 1).x2 = (x + 1). (3 - 5x + x2)  
  
  
(x + 1) está multiplicando en todos los términos. Es factor común.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 8**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun8.htm) **EJEMPLO 9**: ("Sacar un número que no es divisor de todos los términos")  
  
3a + 2b - 5c + 9d = 7. (3/7 a + 2/7 b - 5/7 c + 9/7 d)  
  
  
Divido todos los términos por 7, y quedan números fraccionarios. Esto lo puedo hacer con cualquier número.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 9**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun9.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 10**: (Normalizar un polinomio)  
  
5x4 - 2x3 - 3x + 4 = 5. (x4 - 2/5 x3 - 3/5 x + 4/5)  
  
  
Normalizar es "quitarle" el número (coeficiente) al término de mayor grado. Por eso divido todo por 5.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 10**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun10.htm)  
  
  
  
  
TEMA RELACIONADO:  
  
[**EL MCD O DCM**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/mcd.htm)(Máximo Común Divisor o Divisor Común Máximo)   
  
Ejemplos y conceptos.

CONCEPTOS - DUDAS - COMENTARIOS

# SOBRE EL PRIMER CASO: FACTOR COMÚN

**¿Por qué se llama "Factor común"?**  
  
Por que en general el Caso se aplica cuando en todos los términos hay un "factor común".   
  
  
**¿Pero qué es un "factor común"?**  
  
Es "algo" (número, letras, una "expresión algebraica") que está multiplicando en todos los términos. Tiene que estar en todos los términos, por eso es "común" (común a todos). Y recordemos además que, en una multiplicación, se les llama "factores" a los números que están multiplicándose. De ahí vienen las dos palabras: "factor" y "común".  
  
Por ejemplo, en 2.a + 2.b + 2.c, está el factor común "2"; porque en todos los términos está multiplicando el número 2. En 5a + 7a + 4a, está el factor común "a"; porque en todos los términos está multiplicando la letra "a".  
  
Pero no siempre es tan fácil identificar al factor común como en esos dos ejemplos, ya que en los términos puede haber números diferentes o letras con distinto exponente, y el factor común puede estar "oculto" entre ellos. En los ejercicios resueltos de esta misma página presento una variedad de situaciones en donde hay factor común, y explico cómo identificarlo. Y para más detalle se puede entrar en los enlaces de explicación de cada ejemplo.   
  
  
**¿Una vez que identifico al "factor común", qué hago para "sacarlo"?**  
  
Divido a todos los términos por ese factor. La división entre números ya la conocemos. La división entre letras iguales (potencias de igual base) se hace restando los exponentes. "Los números se dividen con los números", "las letras con las letras iguales". Por ejemplo:  
  
4a - 8b + 6c =       
  
Allí el factor común es 2, entonces divido todos los términos por 2.  
  
El resultado de esa división es:  
  
2a - 4b + 3c  
  
(Se aplica la **Propiedad distributiva** de la división respecto de la suma y la resta. Más detalle sobre el procedimiento en:  [EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun1.htm))  
  
  
**¿Hay una regla para encontrar factor común entre los números, si no puedo descubrirlo intuitivamente?**  
  
Sí. Sobre todo cuando son números grandes, nos conviene saber que el factor común que nos piden sacar entre ellos es el conocido MÁXIMO COMÚN DIVISOR o DIVISOR COMÚN MAYOR (MCD o DCM). Es el mayor número por el cual podamos dividir a todos los términos.([¿Cómo se calculaba el MCD o DCM?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/mcd.htm))  
  
  
**¿Por qué no puedo sacar un factor común menor que el Máximo Común Divisor?**  
  
Poder se puede, pero no es lo que nos piden que hagamos en el tema "Factoreo". Sacando como factor común a un número menor que el MCD, podemos llegar a una expresión equivalente al polinomio que estamos factorizando, pero aún sigue habiendo factor común en el resultado. No se sacó todo el factor común posible. Y en este tema nos piden que saquemos el mayor factor común posible; sino, el ejercicio estará incompleto.  
  
En otros temas, podemos sacar factor común a conveniencia y gusto nuestro. Incluso hasta podemos sacar como "factor común" números que no están en todos los términos (porque podemos hacer una división "no entera"), siempre que lleguemos a una expresión equivalente al polinomio original. Pero no es lo que nos piden en este tema. Por ejemplo:  
  
Si en el tema "Factoreo" me piden factorizar el siguiente polinomio, y saco factor común "2" en vez de "4":  
  
8a - 4b + 16c + 12d = **2. (4a - 2b + 8c + 6d)**  
  
Me lo van a corregir como incorrecto. Porque no saqué todo el factor común posible, ya que el mayor factor común posible es "4" (el MCD). Y me puedo dar cuenta de eso mirando el resultado, ya que se puede apreciar que en **4a - 2b + 8c + 6d** hay factor común "2" de nuevo: todos los números son divisibles por 2.   
  
  
**¿Y cómo saco factor común entre las letras?**  
  
Y cuando una o más letras están en todos los términos, son factor común, y hay que sacarlas con el menor exponente con que aparecen ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun2.htm#menorpotencia)). Por ejemplo:  
  
7x2 + 11x3 - 4x5 + 3x4  - x8 =   
  
En todos los términos está la "x". La "x" es factor común y hay que sacarla con exponente 2, porque es el menor exponente con el que aparece en el polinomio. El factor común común es: x2.   
  
7x2 + 11x3 - 4x5 + 3x4  - x8 = x2. (7 + 11x - 4x3 + 3x2 - x6)  
  
Para dividir a las letras de los términos por las del factor común, hay que restar los exponentes, porque es división entre potencias de igual base ([Propiedades de las potencias de igual base](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun2.htm#igualbase)). Por ejemplo:  
  
x5:x2 = x5-2 = x3  
  
En este tema no se puede dividir una letra por otra con exponente mayor. Porque quedarían potencias negativas. Por ejemplo:  
  
x2 : x5 = x2-5 = x-3  
  
Y los polinomios no pueden tener potencias negativas.  
  
Tampoco sirve sacarla con un exponente menor todavía. Porque no estaríamos sacando todo el factor común posible, y seguiría quedando factor común dentro de la expresión. Es análogo a no sacar el Máximo Común Divisor entre los números, sino un divisor menor. Entre las letras, también estamos sacando el Máximo Común Divisor. Por ejemplo, si saco "x" en vez de "x2" en el ejemplo anterior:  
  
7x2 + 11x3 - 4x5 + 3x4  - x8 = x.(7x + 11x2 - 4x4 + 3x3  - x7)  
  
Me lo van a corregir como incorrecto. Porque no saqué el mayor factor común posible. Y se puede apreciar fácilmente mirando el resultado: sigue estando la letra "x" en todos los términos, sigue habiendo factor común "x".  
  
Para mejor ilustración sobre estas cuestiones, ver las explicaciones de los ejemplos resueltos.  
  
  
**¿Puedo sacar factor común sin pensar en divisiones?**  
  
En muchos ejemplos, en vez de pensar en "dividir", conviene pensar en "sacar".  
Por ejemplo:  
  
2bc + 2bm = 2b.(c + m)  
  
En vez de pensar "2 dividido 2 dá 1", "b dividido b dá 1", etc. Pienso mejor: "a 2bc le saco 2b, queda c " y "a 2bm le saco 2b, queda m ".  
  
  
**¿Qué pasa si el factor común que saco es igual a uno de los términos?**  
  
Mucho cuidado con esto. Si dividimos un término por sí mismo, el resultado es "1". Y hay que ponerlo. O de lo contrario, estamos obteniendo una expresión que no es equivalente a la original, ya que le estaríamos quitando un término. Y eso se puede verificar haciendo la multiplicación (con la Propiedad Distributiva).Por ejemplo:  
  
2ac + 2ab + 2a = 2a. (c + b + 1)  
  
Es decir que "si sacamos todo", no es que "no queda nada". Queda el número 1, resultado de dividir algo por sí mismo. Apliquemos la Propiedad Distributiva en el resultado para verificar que es equivalente al polinomio original:  
  
2a. (c + b + 1) = 2ac + 2bc + 2a  
  
En cambio, si no hubiéramos puesto el "1", el resultado hubiera quedado así:  
  
2a.(c + b)  
  
Y si aplicamos la distributiva en ese resultado, veremos que no es igual al polinomio original, porque ¡le falta un término!:  
  
2a.(c + b) = 2ac + 2ab  
  
  
**¿Hay una manera práctica de dividir a las fracciones?**  
  
Sí. Dividiendo "el de arriba por el de arriba y el de abajo por el de abajo". Así se obtiene con rapidez la fracción resultado, sin calculadora o cálculos auxiliares (Ver también en [EJEMPLO 4](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun4.htm#dividefraccion))  
  
  
**¿Y qué pasa con los signos en el factoreo?**  
  
Casi siempre sacamos factor común positivo, a menos que por alguna razón necesitemos hacer lo contrario. Si sacamos factor común positivo, cada término queda con el mismo signo que tenía originalmente. Por ejemplo:  
  
-2a + 2b - 2c - 2d = 2. (-a + b - c - d)  
  
Y eso es porque estamos dividiendo: En cada división usamos la regla de los signos para calcular el resultado, y al dividir por un número positivo, el resultado tiene el mismo signo que el término original:  
  
REGLA DE LOS SIGNOS:  
  
"más por más = más"  
"menos por menos = más"  
"más por menos = menos"  
"menos por más = menos"  
  
  
**¿Se puede sacar factor común negativo?**  
  
Sí, y en algunos casos es útil hacerlo, por ejemplo en el caso "Factor Común en grupos". Si sacamos factor común negativo, cada término queda con el signo contrario al que tenía originalmente. Por ejemplo:  
  
5a - 5b - 5c + 5d = -5. (-a + b + c - d)  
  
Si usamos la regla de los signos en cada división veremos cómo cada resultado queda con el signo contrario al del término original.  
  
En [EJEMPLO 7](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun7.htm) se explica cómo sacar factor común negativo.

# FACTOR COMÚN EN GRUPOS / EJERCICIOS RESUELTOS

**EJEMPLO 1**: (Todos los términos son positivos)  
  
  
4a  +  4b  +  xa  +  xb  =  
  
4.(a + b)  +  x.(a + b) =  
  
     **(a + b).(4 + x)**  
  
Saco factor común "4" en el primer y segundo término; y factor común "x" en el tercer y cuarto término. Los dos "resultados" son iguales: (a + b). Luego, saco como factor común a (a + b).  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos1.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 2**: ("Resultado desordenado")  
  
  
4a +  4b  +  xb  +  xa =  
  
4.(a + b) +  x.(b + a) =  
  
4.(a + b) +  x.(a + b) =  
  
     **(a + b).(4 + x)**  
  
En el primer paso el "resultado" quedó "desordenado": (b + a). Pero puedo cambiar el orden de los términos, ya que (b + a) es igual que (a + b)  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 2](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos2.htm)**

**EJEMPLO 3**: (Con términos negativos)  
  
  
4a  -  4b  +  xa  -  xb =  
  
4.(a - b)  +  x.(a - b) =  
  
     **(a - b).(4 + x)**  
  
Si los "resultados" quedan iguales no hay problema.  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 3](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos3.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 4**: (Con términos negativos y "Resultado desordenado")  
  
  
4a  -  4b  -  xb  +  xa =  
  
4.(a - b)  +  x.(-b + a) =  
  
4.(a - b)  +  x.(a - b) =  
  
      **(a - b).(4 + x)**  
  
En el primer paso quedó desordenado, pero luego puedo cambiar el orden de los términos, ya que (- b + a) es igual que (a - b)  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 4](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos4.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 5**: (Resultados "opuestos")  
  
  
4a  -  4b  -  xa  +  xb =  
  
4.(a - b)  +  x.(-a + b) =  
  
4.(a - b)  -  x.(a - b) =  
  
     **(a - b).(4 - x)**  
  
En el primer paso quedaron los signos opuestos para los dos términos. Pero en el segundo paso, "saco el menos afuera y hago un cambio de signos" (lo que en realidad es [Sacar Factor Común negativo](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/pricaso.htm" \l "factorcomunnegativo" \t "_blank))  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 5](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos5.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 6**: (Resultados "opuestos" y "desordenados")  
  
  
4a  -  4b  +  xb  -  xa =  
  
4.(a - b)  +  x.(b - a) =  
  
4.(a - b)  -  x.(-b + a) =  
  
4.(a - b)  -  x.(a - b) =  
  
      **(a - b).(4 - x)**  
  
Luego de agrupar, los resultados quedan desordenados, y con el signo opuesto cada término. En el segundo paso, "saco el menos afuera y hago un cambio de signos" (como en el Ejemplo 5); y en el tercer paso cambio el orden de los términos, ya que (- b + a) es igual que (a - b)  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 6](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos6.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 7**: (Todos los términos son negativos)  
  
  
-4a  -  4b  -  xa  -  xb =  
  
-4.(a + b)  -  x.(a + b) =  
  
      **(a + b).(-4 - x)**  
  
En estos casos es casi mejor sacar directamente Factor Común negativo ([¿Cómo sacar Factor Común negativo?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun7.htm" \t "_blank)) Y sino también, en la "EXPLICACIÓN", también muestro cómo se haría sacando Factor Común positivo.  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 7](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos7.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 8**: (Agrupando términos no consecutivos)  
  
  
4x2a  +  3y  +  12ax  +  yx =  
  
4ax.(x + 3)  +  y.(3 + x) =  
  
4ax.(x + 3)  +  y.(x + 3) =  
  
      **(x + 3).(4ax + y)**  
  
No siempre podemos agrupar en el orden en que viene el ejercicio. Tiene que haber Factor Común entre los que agrupamos, y el "resultado" debe dar igual (o desordenado u opuesto, como se ve en los ejemplo anteriores).  
En este caso tuve que agrupar primero con tercero y segundo con cuarto.  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 8](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos8.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 9**: (Polinomio de 6 términos)  
  
  
4a - 7x2a + ya  +  4z - 7x2z + yz =  
  
a.(4 - 7x2 + y) +  z.(4 - 7x2 + y) =  
  
       **(4 - 7x2 + y).(a + z)**  
  
Aquí hay 6 términos, y dos maneras posibles de agrupar: 2 grupos de 3 términos, o 3 grupos de 2 términos. En este caso agrupé de a 3 términos. (Para verlo también de la otra forma, consultar en la EXPLICACIÓN)  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 9](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos9.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 10**: (Cuando parece que no se puede aplicar el caso, pero se puede)  
  
  
4x3  -  4x2  +  x - 1 =  
  
4x2.(x - 1)  +  x - 1 =  
  
4x2.(x - 1)  +  1.(x - 1) =  
  
     **(x - 1).(4x2 + 1)**  
  
Parece que no se pudiera aplicar el caso, porque entre la x y el 1 que quedaron no hay Factor Común. Sin embargo el caso se puede aplicar, sólo se trata de saber reconocer la situación. En el paso 2 es donde se vislumbra la posibilidad de usar el caso, por el resultado que dió la primera agrupación: (x - 1), que es igual a lo que quedó sin agrupar.  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 10](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos10.htm)**

CONCEPTOS - DUDAS - COMENTARIOS

# SOBRE EL SEGUNDO CASO: FACTOR COMÚN EN GRUPOS

**¿Por qué se llama así el caso?**  
  
Porque se toman "grupos" de términos para sacar Factor Común entre ellos.  
  
  
**¿Y por qué se eligen "grupos" de términos?**  
  
Porque en el polinomio no hay un Factor Común para todos los términos, pero sí lo hay para algunos términos entre sí. Con estos términos que tienen factor común entre sí es que se arman los "grupos".  
  
  
**¿Y siempre se puede aplicar este caso?**  
  
No, el polinomio tiene que cumplir varias condiciones para que se pueda aplicar el caso:  
  
1. El número de términos debe ser par: 4 términos, 6 términos, 8 términos... (Para que se puedan armar grupos de igual cantidad de términos).  
  
2. En todos los grupos que armemos tienen que haber Factor Común entre los términos que agrupamos (con un caso excepcional: ver [EJEMPLO 10](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos10.htm" \t "_blank)).  
  
3. Los "resultados" de sacar Factor Común en los distintos grupos deben dar iguales, o con los mismos términos desordenados y/u opuestos (con signo contrario) ([EJEMPLO 2](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos2.htm" \t "_blank) - [EJEMPLO 5](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos5.htm" \t "_blank) - [EJEMPLO 6](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos6.htm" \t "_blank))  
  
  
**¿Si los resultados me dan diferentes, significa siempre que no podré aplicar el caso?**  
  
No siempre, porque puedes probar *agrupando de distinta manera*. Muchas veces la dificultad de este Caso está justamente en encontrar cuáles términos agrupar con cuáles, para que el resultado dé como tiene que dar. Que no dé bien en un primer intento no quiere decir que no pueda aplicarse.  
  
  
**¿Cómo tienen que ser los "resultados" para poder seguir con el caso?**  
  
Luego de agrupar y sacar Factor Común en los grupos, los resultados tienen que ser de alguna de las siguientes formas:  
  
1. Iguales. Por ejemplo, (x + 3) en un agrupación, y (x + 3) en otra agrupación  
  
2. Los mismos términos, pero desordenados. Por ejemplo (x + 3) y (3 + x)  
  
3. Los mismos términos, pero con los signos contrarios. Por ejemplo, (x + 3) y (-x - 3). O también (x - 3) y (-x + 3)  
  
4. Los mismos términos, pero desordenados y con los signos contrarios. Por ejemplo: (x + 3) y (-3 - x). O también (x - 3) y (3 - x)  
  
5. Caso excepcional ([EJEMPLO 10](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos10.htm" \t "_blank)): El resultado de una agrupación tiene que ser igual (o también "desordenado y/u opuesto") a los términos que quedan sin agrupar. Por ejemplo:   
  
4x2. (x + 1) + x + 1  
   
Se puede ver que luego de agrupar el primer y segundo término, el resultado es (x + 1), casualmente igual a los otros dos términos que quedaron sin agrupar (porque no había Factor Común entre ellos).  
  
  
**¿Cuándo desisto de usar el caso?**  
  
Cuando probé agrupar de distintas maneras y nunca dan resultados que sirvan (Ver los resultados que sirven en la pregunta anterior).  
  
  
**¿Cómo me doy cuenta de que dos términos son iguales pero están desordenados?**  
  
Piensa en cada término con el signo que tiene delante. Y recordemos que si un término no tiene nigún signo delante, hay que asumir que tiene el signo "+". Mira estos ejemplos:  
  
(x + 3) es igual a (3 + x), porque los términos son "la x positiva (+x)" y "el 3 positivo (+3)" (En realidad, es porque la suma cumple una propiedad llamada "Conmutativa")   
  
(a - b) es igual a (-b + a), porque los términos son "la a positiva (+a)" y "el b negativo (-b)".  
  
(-x - 1) es igual a (-1 - x), porque son los términos "x negativa (-x)" y "1 negativo (-1)"  
  
  
**¿Cómo me doy cuenta de que son dos términos iguales pero con el signo contrario (o sea, que son "opuestos")?**  
  
Igual que en el punto anterior, mirando atentamente cada término con su signo (el signo que tiene delante; y si no hay nada, hay un "+"). Por ejemplo:  
  
(x + 5) tiene los signos contrarios a (-x - 5)  
(x - 3) tiene los signos contarios a (-x + 3)  
  
  
**¿Cómo me doy cuenta de que son dos términos iguales pero desordenados y con el signo contrario?**  
  
De la misma manera que en los dos puntos anteriores: Mirando atentamente cada término con su signo (el signo que tiene delante; y si no hay nada, hay un "+"). Por ejemplo:  
  
(x + 5) es "desordenado y contrario" con (-5 - x)  
(x - 4) es "desordenado y contrario" con (4 - x)  
(-x + 1) es "desordenado y contario" con (-1 + x)

# TRINOMIO CUADRADO PERFECTO / EJERCICIOS RESUELTOS

**EJEMPLO 1**: (Términos positivos)  
  
  
x2  +  6x  +  9 = **(x + 3)2**  
  
x                3  
      2.3.x  
         6x  
  
Busco dos términos que sean "cuadrado" de algo. Son: x2 y 9. Entonces "bajo" la x y el 3 (las bases). Luego verifico 2.x.3 = 6x ("doble producto del primero por el segundo"). Dió igual que el otro término. El polinomio es un cuadrado "perfecto". El resultado de la factorización es la suma de las bases elevada al cuadrado: (x + 3)2  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio1.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 2**: (Con el "1")  
  
  
x2 + 2x + 1 = **(x + 1)2**  
  
x            1  
    2.1.x  
      2x  
  
Recordemos que el "1" es cuadrado (de "1" y "-1"). Las bases son: x y 1.  
La verificación de que es "perfecto" es 2.x.1 = 2x.  
El resultado es (x + 1)2  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 2**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio2.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 3**: (Con fracciones)  
  
  
x2  +   8/3 x  +  16/9 = **(x + 4/3)2**  
  
x                      4/3  
      2. 4/3 . x  
        8/3 x  
  
La fracción 16/9 es cuadrado de 4/3. Las bases son x y 4/3.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 3**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio3.htm)

**EJEMPLO 4**: (Con un término negativo)  
  
  
x2   -  10x   +   25 = **(x - 5)2**  
  
x                   (-5)  
      2.(-5).x   
        -10x  
  
Tomo como bases a "x" y "(-5)", ya que (-5)2 también es 25. Y con (-5), la verificación del doble producto dá bien. El resultado es la suma de las bases, al cuadrado. O sea (x + (-5))2 , que es igual a (x - 5)2.   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 4**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio4.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 5**: (Desordenado)  
  
  
 x     +     x2   +    1/4 = **(x + 1/2)2**  
  
              x          1/2  
 2.x.1/2  
    x  
  
No siempre están los dos cuadrados en los extremos. Las bases son "x" y "1/2", y el doble producto está en el primer término.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 5**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio5.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 6**: (Con un número multiplicando a la x2)  
  
  
9x2  +  30x  +  25 = **(3x + 5)2**  
  
3x                  5  
       2.5.3x  
          30x  
  
Las bases son 3x y 5, ya que (3x)2 dá 9x2. En este caso hay un número acompañando a la letra que está al cuadrado. Para que el término sea uno de los cuadrados que buscamos, ese número también tiene que ser un cuadrado (4, 9, 16, 25, etc.).  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 6**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio6.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 7**: (Con potencias diferentes a "2")  
  
  
x6  +  10x3  +  25 = **(x3 + 5)2**  
  
x3                  5  
       2.x3.5  
        10x3  
  
Bajo x3, ya que x6 es igual a (x3)2; es decir que es un "cuadrado", el cuadrado de x3. Las otras potencias pares (4, 6, 8, etc.) también son "cuadrados", ya que x4, por ejemplo, es igual a (x2)2; x6 es igual a (x3)2, por una propiedad de las potencias (potencia de potencia).  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 7**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio7.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 8**: (Con varias letras diferentes)  
  
  
4x2  +  4xa3  +  a6 = **(2x + a3)2**  
  
2x                  a3  
        2.2x.a3  
          4xa3  
  
En los dos términos que son "cuadrados" puede haber letras. Las dos deben ser "cuadrados", por supuesto. El término del medio también tendrá las 2 letras.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 8**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio8.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 9**: (Con números decimales)  
  
  
0,09a6  +  1  -  0,6a3 = **(0,3a3 - 1)2**  
  
0,3a3    (-1)  
                    2.0,3a3.1  
                     0,6a3  
  
A los números decimales puedo pasarlos a fracción. O sino, sacarle la raíz cuadrada para saber de qué número son cuadrado. 0,09 es cuadrado de 0,3.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 9**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio9.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 10**: (La misma letra en los dos cuadrados)  
  
  
25x6  +  10 x5   +    x4 = **(5x3 + x2)2**  
  
5x3                       x2  
         2.5x3.x2  
           10x5  
  
En un caso como éste, queda una multiplicación de potencias de igual base (x3.x2), y por lo tanto, hay que sumar los exponentes.   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 10**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio10.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 11**: (Uno que tenga "todo")  
  
  
1/4 b6  +  x4a2   -   x2ab3 =  **(1/2 b3 - x2a)2**  
  
1/2 b3     -x2a  
  
                    2. 1/2 b3.(-x2a)  
                          -x2ab3  
  
Desordenado, con varias letras, con término negativo, con fracciones, con potencias distintas de dos... Un ejemplo con casi todas las complicaciones que puede haber.   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 11**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio11.htm)  
  
  
  
  
**AVANZADOS:** (Raramente se ve en el Nivel medio)

**EJEMPLO 12**: (Con números que no tienen raíz cuadrada "exacta")

x2  +  2 x  +  3 = **(x + )2**  
  
x                       
        2.x.  
        2 x  
  
El 3 no es cuadrado de ningún número entero. Pero... es cuadrado de . Porque que ()2 es igual a 3. Entonces el caso se puede aplicar dejando "expresados" los radicales.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 12**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio12.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 13**: (Con los cuadrados "negativos")  
  
-x2  +  6x  - 9 = - (x2   -   6x   +   9) = **- (x - 3)2**  
  
                            x               (-3)  
                                   2.x.(-3)  
                                     -6x  
  
Éste sería ya un "ejercicio combinado", porque primero hay que "sacar factor común" para que los "cuadrados" queden positivos. O sea que estaríamos aplicando dos casos de factoreo. El factor común que hay que sacar es -1. Aunque también podemos pensar simplemente así: "Le ponemos un menos adelante y cambiamos todos los signos de los términos".  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 13**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio13.htm)



CONCEPTOS - DUDAS - COMENTARIOS

# SOBRE EL TERCER CASO: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

**¿Por qué se llama así el caso?**  
  
"Trinomio" significa "polinomio de tres términos". Como vemos en los ejemplos, son todos polinomios de 3 términos los que factorizamos con este Caso.  
Y "cuadrado perfecto" es porque se trata del "cuadrado de algo". O sea, que "algo" elevado al cuadrado (a la potencia "2"), dió como resultado ese "trinomio" que tenemos que factorizar. ([¿qué es un "cuadrado"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#uncuadrado))  
Más precisamente, son el resultado de elevar al cuadrado a "binomios" (polinomios de dos términos). Como (x + 5) por ejemplo.  
  
  
**¿Por qué se factoriza de esa manera?**  
  
Como en toda factorización, estamos buscando una expresión que sea equivalente al polinomio que nos dan, pero que sea una multiplicación (producto). Resulta que cuando elevamos un binomio al cuadrado, obtenemos un trinomio. Ya que un binomio al cuadrado se resuelve con la fórmula ([¿qué es un "binomio"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#binomio)):  
  
(a + b)2 = a2 + 2.a.b + b2  
  
"El cuadrado del primero, más el doble producto del primero por el segundo, más el segundo al cuadrado". ([¿doble producto?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#dobleproducto))  
  
Por ejemplo:  
  
(x + 5)2 = x2 + 2.x.5 + 52 = **x2 + 10x + 25**  
  
Como se ve, el resultado tiene 3 términos. Elevamos un polinomio de 2 términos, y obtenemos uno de 3.  
Ahora, si tenemos un polinomio de 3 términos, podemos pensar al revés: "Este polinomio, ¿se podrá obtener elevando al cuadrado a algún binomio (polinomio de dos términos)?".  
Eso es lo que hacemos cuando aplicamos este Caso: analizamos el "trinomio" que nos están dando, para comprobar si puede ser el resultado de haber elevado a algún "binomio". En nuestro ejemplo, el trinomio x2 + 10x + 25 vino de elevar al cuadrado a (x + 5), y por eso el resultado de la factorización sería (x + 5)2.  
Ahora, si no sabemos "de dónde vino" ¿cómo lo averiguamos? Bueno, para eso "analizamos" el trinomio. Miremos en la fórmula:  
  
 a2 + 2.a.b + b2  
  
¿Cómo son los términos de un trinomio que es cuadrado de algo? Y... hay dos términos que son cuadrados: a2 y b2. Y el que está en el medio es siempre "2 multiplicado por las dos bases" (los que están al cuadrado, es decir "a" y "b"), o sea: 2.a.b (" el doble producto de a y b"). Entonces, para ver si un trinomio es cuadrado perfecto, tengo que buscar que todo eso se cumpla: Que haya dos términos que sean "cuadrados", y luego un término que sea igual a multiplicar por 2 a las bases de esos cuadrados.  
([¿qué son las "bases"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#bases)) ([¿qué es "doble producto"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#dobleproducto))  
  
Por ejemplo, en:  
  
x2 + 10x + 25  
  
Los términos "cuadrados" son x2 y 25. Las "bases" son x y 5. Y el término 10x debe ser igual entonces a 2.x.5 (el doble producto de las bases). Como 2.x.5 es igual a 10x, se cumple lo que estamos buscando.  
Entonces, este trinomio cumple con todo lo que tiene que cumplir para ser el cuadrado de algo. Es el cuadrado de un binomio. Y ese binomio es (x + 5), la suma de las "bases". Por eso decimos que ese trinomio es igual a (x + 5)2.  
  
De esta forma, transformamos un polinomio de 3 términos en un "producto", ya que (x + 5)2 es un producto. Es el producto de multiplicar (x + 5).(x + 5). Es decir, que "factorizamos" el polinomio ([¿qué significa "factorizar"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factoreo.htm#factorizar))  
  
  
**¿Cómo puedo verificar si factoricé bien?**  
  
Como en cualquier caso de factoreo, "haciendo la multiplicación". Como el resultado de factorizar, siempre es una multiplicación, hago la multiplicación y tengo que obtener el polinomio original.  
En este caso particular puedo hacerlo de dos maneras:   
  
1) Aplicando la fórmula de cuadrado de un binomio ((a + b)2 = a2 + 2.a.b + b2) al resultado que nos dió:  
  
(x + 5)2 = x2 + 2.x.5 + 52 = **x2 + 10x + 25**  
  
2) Multiplicando dos veces por sí mismo al binomio resultado (que es lo mismo que elevar al cuadrado):  
  
(x + 5).(x + 5) = x2 + 5x + 5x + 25 = **x2 + 10x + 25**  
  
  
**¿Cómo me doy cuenta que podría aplicar este Caso a un polinomio?**  
  
Un poco ya lo dije en los puntos anteriores:  
  
- El polinomio tiene que tener 3 términos.  
- Dos de ellos tienen que ser "cuadrados", es decir, el cuadrado de algo. Si son números, tienen que ser números que tengan raíz cuadrada, como 1, 4, 9, 16, 25, 36, 1/4 , 9/25 , 0,04, etc. Si son letras, tienen que estar elevadas a potencias "pares", es decir, potencia 2, 4, 6, 8, etc (x2, a4, x6, etc.)  
- Los términos que están al cuadrado no pueden tener un signo menos delante. Por ejemplo, si el trinomio es: -x2 - 4x + 4, puedo dar por descontado que no se puede aplicar el caso, porque -x2 no es cuadrado de nada. Nunca el cuadrado de algo es negativo, cualquier cosa elevada al cuadrado dá positiva. Entonces, nunca un binomio elevado al cuadrado (a + b)2 me va a dar un trinomio con algún cuadrado negativo (ya que a2 y b2 van a dar positivos). El único término que puede ser negativo es el "doble producto" (2.a.b).  
  
  
**¿Cuándo desisto de usar el Caso?**  
  
Cuando luego de identificar a las bases, pruebo el "doble producto", y no dá ni igual ni el opuesto del término que no es cuadrado en el trinomio. Porque no verifica la fórmula de un binomio al cuadrado.  
Aclaremos que es cada cosa, con un ejemplo:  
  
a2 + 14a + 49 =  
  
a               7  
      2.a.7  
  
En este ejemplo, los "cuadrados" son a2 y 49. Las bases son "a" y "7". El doble producto es 2.a.7 ("multiplicar por 2 a la multiplicación entre las bases"). Y "el término que no es cuadrado en el trinomio" es 14a.  Desisto de usar el caso si 2.a.7 no diera 14a, ni -14a. Porque no verifica la fórmula de un binomio al cuadrado ((a + b)2 = a2 + 2.a.b + b2)  
  
  
**¿Qué son las "bases"?**  
  
En una potencia (como x2, 25, etc.), se le llama "base" al número o letra que está elevado, es decir "el número o letra que está debajo del otro". Por ejemplo:   
En x2 la base es la "x". La "x" está "debajo" del "2". La "x" está elevada a la "2".  
En 25, la base es el "2". El "2" está "debajo" del "5". El "2" está elevado a la "5".   
  
  
**¿Por qué se habla de "doble producto"?**  
  
"Producto" se le llama a la multiplicación. "Doble" es "multiplicado por dos". "Doble producto" es "una multiplicación, multiplicada por dos". En este tema, al calcular el Cuadrado de un Binomio, aparece un "doble producto":  
  
(a + b)2 = a2 + **2.a.b** + b2  
  
El "doble producto" del que me hablan es "2.a.b". Es decir: "el doble de la multiplicación de a con b", que son las "bases", o "el primero" (la "a") y "el segundo" (la "b") en el binomio.  
  
  
**Los que "no son cuadrado" seguro:**  
  
En los siguientes ejemplos se puede ver cómo reconocer términos que no pueden ser uno de los cuadrados que buscamos:  
  
-4x   Este término es negativo. Nunca el cuadrado de algo dá negativo. Cualquier cosa elevada a la potencia 2, dá positiva. Cuando aplico la fórmula (a + b)2 = a2 + 2.a.b + b2 , nunca el resultado de a2 o b2 me va a dar negativo. Entonces, queda claro que -4x podría ser "el término del medio" (2.a.b), y no puede ser uno de los "cuadrados" que tengo que encontrar.  
  
  
4x      Éste no es negativo, y el 4 es "cuadrado" (22 = 4). Podríamos confundirnos... Pero está esa "x". La "x" no es "cuadrado". Para que una letra sea "cuadrado", tiene que estar elevada a la potencia 2 (x2), a la potencia 4 (x4), a la potencia 6 (x6), o a cualquier otro número "par" ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#potenciapar)).  
  
  
3x2     Éste tiene la x al cuadrado... Pero el 3 ¿es cuadrado de algún número? No, ningún número (entero o racional), elevado a la potencia 2, dá 3. ([¿"entero o racional"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#3escuadrado)). Es lo mismo que decir "el 3 no tiene raíz cuadrada exacta". Si en la calculadora sacamos la raíz cuadrada de 3, veremos que dá un número con coma: 1,73205.... Ese número no nos sirve para usarlo como base en este tema de factoreo, tienen que usarse número enteros, fracciones o decimales exactos.  
  
  
9x2b     Ojo con éste. 9 es cuadrado. x2 también. Pero la b no es cuadrado de nada, por no ser potencia par. Este término entonces no puede ser uno de los cuadrados.  
  
  
**¿Podría ser que los tres términos sean "cuadrado" de algo?**  
  
Y... sí. Pero en ese caso, elegimos 2 de ellos, sacamos las bases, y verificamos el doble producto. Si no dá, probamos con otros dos y hacemos lo mismo. En cuanto el doble producto nos dé bien, es porque elegimos los cuadrados correctos. Por ejemplo:  
  
  
x4 + 16x2y4 + 64y8 =  
  
Los 3 pueden ser "cuadrados":  
  
x4  es cuadrado de  x2  
16x2y4 es cuadrado de 4xy2  
64y8 es cuadrado de 8y4  
  
Pero en la mayoría de los ejercicios, esto no va a pasar. Y en este ejemplo, también nos podríamos dar cuenta que 16x2y4 tiene las dos letras (x e y), y los otros términos no. Eso nos sugiere que 16x2y4 es el "doble producto", porque las dos letras de los otros términos están multiplicándose.  
Aunque también hay otros ejemplos donde ni por eso nos podríamos dar cuenta:  
  
a4x4 + a8x4 + 4a6x6 =  
  
Pero, en general, este tipo de ejercicios nos lo pueden dar cuando ya vimos todos los Casos de Factoreo. Se trata de un ejercicio combinado, donde se pueden ir aplicando varios Casos. Y en este ejemplo en particular, se aplicaría primero el Caso "Factor Común", y luego el "Trinomio Cuadrado Perfecto".  
  
  
**¿A qué le llamamos un "cuadrado"?**  
  
Se le llama cuadrado a la potencia "2". Si algo está elevado a la 2, se dice que está elevado "al cuadrado". Por ejemplo, x2 es "x al cuadrado".  
También en este tema le llamamos "cuadrados" a los números, letras o términos que estén elevados a la 2, o que sean resultado de elevar a la 2 a algo. Decimos directamente que "x2 es un cuadrado", "25 es un cuadrado", etc. Por ejemplo:  
  
25 es un cuadrado, porque es resultado de 52 (o sea, resultado de elevar algo a la 2)  
  
9 es un cuadrado, porque es resultado de 32  
  
1 es un cuadrado, porque es resultado de 12  
  
a2 es un cuadrado, porque es resultado de elevar a la "a" a la potencia 2  
  
x6 es un cuadrado, porque viene de elevar a x3 a la potencia 2, ya que (x3)2 = x6  
([potencia de potencia](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#potdepotencia))  
  
b4 es un cuadrado, porque viene de elevar a b2 a la potencia 2, ya que (b2)2 = b4  
([potencia de potencia](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#potdepotencia))  
  
  
Para este tema, conviene recordar cuáles los son primeros números naturales que son cuadrados, para poderlos reconocer rápidamente:  
  
1 es cuadrado de 1  
4 es cuadrado de 2  
9 es cuadrado de 3  
16 es cuadrado de 4  
25 es cuadrado de 5  
36 es cuadrado de 6  
49 es cuadrado de 7  
64 es cuadrado de 8  
81 es cuadrado de 9  
100 es cuadrado de 10  
121 es cuadrado de 11  
144 es cuadrado de 12  
169 es cuadrado de 13  
196 es cuadrado de 14  
225 es cuadrado de 15  
256 es cuadrado de 16  
  
  
En cuanto a las letras, tienen que ser "potencias pares" para ser cuadrados ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio7.htm#potencia6)). Entonces, son cuadrados:  
  
x2 es cuadrado de x  
x4 es cuadrado de x2   ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#potdepotencia))  
x6 es cuadrado de x3  
x8 es cuadrado de x4  
x10 es cuadrado de x5  
etc.  
  
  
**¿Qué es el exponente?**  
  
Con un ejemplo se entiende mejor que definiendo:  
  
En 25, el exponente es el 5. Es decir que se le llama "exponente" a "ese númerito que está arriba" en las potencias, mientras que al número de abajo se lo llama "base". En una potencia, el exponente es quien indica cuántas veces hay que multiplicar por sí misma a la base. Es decir que 25 significa 2.2.2.2.2  
  
  
**Potencia de Potencia**  
  
Decíamos por ejemplo, que " x6 es cuadrado de x3 ", y que era porque (x3)2 es igual a x6. Esto es porque (x3)2 se puede resolver usando una propiedad a la que le dicen "potencia de potencia", ya que se trata de calcular la potencia de algo que ya tiene exponente  
([¿qué es "exponente"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#exponente)). Esta propiedad dice que hay que "multiplicar los exponentes":  
  
(x3)2 = x6, porque multipliqué "3 por 2", que dá 6(x7)2 = x14, porque multipliqué "7 por 2", que dá 14  
  
En general, la propiedad dice que:  
  
(an)m = an.m  
  
Veamos con algunos ejemplos cómo esta propiedad se cumple, usando el concepto de lo que es "elevar a una cierta potencia":  
  
(x3)2 es igual a " x3 por x3 ", si usamos el concepto de potencia, ya que elevar a la 2 significa "multiplicar por sí mismo dos veces" ([¿qué es una potencia?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun2.htm#potencia)). O sea que:  
  
(x3)2 = x3.x3 = x3 +3 = x6  (Sumo los exponentes por la propiedad de las [potencias de igual base](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun2.htm#igualbase))  
  
(x5)3 = x5.x5.x5 = x5 + 5 + 5 = x15      (y 3 por 5 es 15)  
  
(x2)4 = x2.x2.x2.x2 = x2 + 2 + 2 + 2  = x8     (y 2 por 4 es 8)  
  
Y si quieren entender aún más por qué, recuerden que "sumar varias veces lo mismo" es "multiplicar por el número de veces". Entonces, en (x5)3 = x5.x5.x5 , sumar 5 + 5 + 5 es lo mismo que multiplicar 5 por 3. Por esa razón, la propiedad dice que "se deben multiplicar los exponentes". En (x2)4 = x2.x2.x2.x2 tendríamos que sumar 4 veces al 2, así: 2 + 2 + 2 + 2. Y eso es lo mismo que multiplicar 2 por 4.  
  
  
**¿Qué es un "binomio"?**  
  
Se le llama "binomio" a un polinomio de 2 términos. Por ejemplo:  
  
x + 4  
x3 + x  
a + b2  
5 - a  
etc.  
  
Y un "binomio al cuadrado" es entonces "un polinomio de dos términos, elevado a la potencia 2". Por ejemplo:  
  
(x + 5)2  
(x2 + 3)2  
(1 - a)2  
etc.  
  
Y se puede resolver de varias maneras:  
  
1) Aplicando la fórmula: (a + b)2 = a2 + 2.a.b + b2, donde "a" es el primer término y "b" el segundo término ([ejemplos de aplicación de esta fórmula](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#aplicacion)). A la aplicación de esta fórmulas se le llama "Cuadrado de un binomio".  
  
  
2) Multiplicando por sí mismo al binomio, basándonos en el concepto de potencia, es decir, en lo que significa elevar algo a la potencia 2: "multiplicar a algo dos veces por sí mismo". Ejemplo:  
  
(x + 3)2  lo puedo resolver multiplicando (x + 3) por (x + 3)  
  
  
**Ejemplos de aplicación de la fórmula del "Cuadrado de un binomio":**  
  
Recordemos que la fórmula es: (a + b)2 = a2 + 2.a.b + b2. Donde "a" es el primer término y "b" el segundo.  
  
- Con dos términos positivos:  
  
(x + 7)2 = x2 + 2.x.7 + 72 = x2 + 14x + 49  
  
- Con términos negativos:  
  
(x - 3)2 = x2 + 2.x.(-3) + (-3)2 = x2 - 6x + 9          El "segundo" es (-3)  
  
(-x + 5)2 = (-x)2 + 2.(-x).5 + 52 = x2 - 10x + 25     El "primero" es (-x)  
  
(-x - 1)2 = (-x)2 + 2.(-x).(-1) + (-1)2 = x2 + 2x + 1   El "primero" es (-x) y el "segundo" (-1)  
  
- Con términos elevados:  
  
(x5 + 2)2 = (x5)2 + 2.x5.2 + 22 = x10 + 4x5 + 4  
  
(x - y2)2 = x2 + 2.x.(-y2) + (-y)2 = x2 - 2.x.y2 + y2  
  
  
**¿No existe una fórmula específica para cuando se trata de una resta al cuadrado?**  
  
Sí. De la conocida fórmula (a + b)2 = a2 + 2.a.b + b2, se puede deducir una fórmula para resolver (a - b)2. La fórmula es:  
  
(a - b)2 = a2 - 2.a.b + b2  
  
Esta fórmula sirve solamente para "restas al cuadrado", lo que antes interpretábamos como: "el primer término es positivo y el segundo término es negativo".  
Veamos cómo se aplicaría:  
  
(x - 3)2 = x2 - 2.x.3 + 32 = x2 - 6x + 9      El primero es x, y el segundo es 3  
  
Cuando reemplazamos en esta fórmula, ya no tenemos que pensar al segundo término (b) como "-3", sino como 3. Porque el "menos" lo tomamos como que es el signo de la operación resta. Son dos maneras distintas de pensar lo mismo.  
Esta fórmula es práctica para hacer "directamente" lo que antes hacíamos reemplazando con (-3). Porque nos ahorramos el reemplazar con términos negativos. Para comparar, veamos como lo hacíamos con la otra fórmula:  
  
(x - 3)2 = x2 + 2.x.(-3) + (-3)2 = x2 - 6x + 9     El "segundo" es (-3)  
  
Se puede ver que reemplazar con un número negativo "retrasa" la visión de lo que va a ser el resultado final. En cambio con la nueva fórmula, ya sabemos de antemano que el "doble producto" va a dar negativo, en cambio el tercer término va a dar positivo por ser un cuadrado.   
De todas maneras, hay que tener en cuenta que esta fórmula no sirve para aplicarla en polinomios como (-x + 4), o (-x - 3), donde ya no se puede ver al binomio como un "resta" de términos sin signo.  
Es completamente decisión nuestra aprender las dos fórmulas (que no es difícil, porque son muy parecidas), o hacer todo con la fórmula de la suma.  
Por último, veamos las dos fórmulas juntas para compararlas:  
  
(a + b)2 = a2 + 2.a.b + b2  
(a - b)2 = a2 - 2.a.b + b2  
  
  
**¿Y no podría deducir una fórmula específica también para (-a + b)2 y para (-a - b)2?**Por supuesto que se puede, pero ¿quién quiere aprenderse 4 fórmulas, cuando puede hacerse todo con una sola?  
Y además... darían las mismas dos fórmulas que ya conocemos... Pero habría que acordarse para cuál caso va cada una, lo cual no creo que sea práctico.  
Anotemos de todos modos las 4 posibilidades. No porque las vayamos a usar para resolver cuadrados de binomios, sino para ver el fundamento de lo que plantea la siguiente pregunta. Estas son las 4 fórmulas posibles:  
  
(a + b)2 = a2 + 2.a.b + b2  
(a - b)2 = a2 - 2.a.b + b2  
(-a + b)2 = a2 - 2.a.b + b2  
(-a - b)2 = a2 + 2.a.b + b2       ([¿Cómo se deducen todas estas fórmulas?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#deduccion))  
  
Y esto me lleva a a:  
  
  
**¿Es verdad que este caso de factoreo tiene 2 resultados posibles, aunque nos piden uno sólo?**  
  
Efectivamente. Si miramos las 4 fórmulas de arriba, veremos que los resultados son en realidad solamente dos:  
  
a2 + 2.a.b + b2  ;  que viene de (a + b)2, pero también de (-a - b)2  
  
a2 - 2.a.b + b2   ; que viene de (a - b)2, pero también de (-a + b)2  
  
Entonces, si tengo un trinomio, viene de dos posibles cuadrados de binomios. Eso quiere decir, que si factorizo un trinomio, tiene dos resultados posibles. Ejemplos:  
  
1) En general hacemos así:  
  
x2  +  6x   +  9 = (x + 3)2  
x      2.x.3    3  
         6x  
  
Pero también lo podríamos haber pensado así:  
  
x2    +     6x   +     9 = (-x - 3)2  
-x    2.(-x).(-3)    -3  
         6x  
  
Ya que elegiendo como bases a -x y a -3, también se verifica el doble producto (2.a.b)   
  
Es decir que x2 + 6x + 9 se puede factorizar como (x + 3)2, o como (-x - 3)2. Ya que si resuelvo tanto uno como otro cuadrado de binomio, el resultado es el trinomio que quería factorizar. En definitiva, tiene dos factorizaciones posibles usando este Caso (Trinomio cuadrado perfecto)  
  
2)   En general hacemos así:  
  
x2   -   6x   +   9  =  (x - 3)2  
x    2.x.(-3)   (-3)  
        -6x  
  
Pero también lo podríamos haber pensado así:  
  
x2   -    6x    +    9 = (-x + 3)2  
(-x)    2.(-x).3    3  
           -6x  
  
Ya que elegiendo como bases a -x y a 3, también se verifica el doble producto (2.a.b). Es decir que x2 - 6x + 9 tiene dos factorizaciones posibles usando este Caso. ([otra explicación](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio1.htm#resultadodoble))  
  
  
**¿Cómo se deducen esas fórmulas de "Cuadrado de un binomio"?**  
  
Podemos aplicar el concepto de potencia y aplicar la distributiva.  
  
(a + b)2 = (a + b).(a + b) = a2 + a.b + a.b + b2 = a2 + 2.a.b + b2  
(a - b)2 = (a - b).(a - b) = a2 - a.b - a.b + b2 = a2 - 2.a.b + b2  
(-a + b)2 = (-a + b).(-a + b) = a2 - a.b - a.b + b2 = a2 - 2.a.b + b2  
(-a - b)2 = (-a - b).(-a - b) = a2 + a.b + a.b + b2 = a2 + 2.a.b + b2  
  
 O también, aplicando la primera fórmula a los otros binomios, podemos deducir las otras tres. Pero no es objetivo de esta página presentar este tipo de demostraciones que van más allá de lo que suele ver en el Nivel Medio.  
  
  
**¿Por qué cuando digo que "3 no es cuadrado de ningún número", aclaro: "entero o racional"?**  
  
Porque me refiero sólo a número enteros o número racionales, que son los que usamos en este tema. Ya que 3 sí puede ser cuadrado, pero lo es de un número irracional: , porque  
 ()2 es igual a 3. ([¿qué es un número entero?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun4.htm#enteros))  
  
  
**¿Qué es un número racional?**  
  
Como definición se suele decir que es todo número que puede escribirse como una fracción (con numerador y denominador "entero"). En el conjunto de los Racionales estarían incluidos entonces:  
  
- Todos los números naturales y los enteros. Porque "poniéndoles un 1 abajo" (como denominador), los podemos escribir como fracción (3 = 3/1 ; -2 = -2/1 ; 0 = 0/1 ; etc.)  
  
- Los decimales exactos y los decimales periódicos, porque se pueden "pasar a fracción" siguiendo ciertas reglas. (0,07 = 7/100 ; 0,44444... = 4/9 ; etc.)  
  
- Y las fracciones, por supuesto (2/3 ; 5/2 ; etc.)  
  
En cambio no son números racionales:  
  
- Los decimales con infinitas cifras decimales no periódicas (no hay algo que se repite). Lo que incluye a las raíces que no dan resultado exacto: = 1,7325... ; = 2,2360679... ; y otros números conocidos, como PI = 3,1415926... y e= 2,71828... A todos estos se los llama números irracionales.  
  
- Los números complejos: 2 + 3i ; -5i ; etc.



# CUATRINOMIO CUBO PERFECTO / EJERCICIOS RESUELTOS

**EJEMPLO 1**: (Todos los términos son positivos)  
  
x3   +   6x2   +   12x   +   8  =  (x + 2)3  
  
x                                  2  
         3.x2.2     3.x.22  
          6x2         12x  
  
  
Las bases son x y 2.  
Los dos "triple-productos" dan bien (6x2 y 12x).  
El resultado de la factorización es "la suma de las bases, elevada al cubo".  
 [**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin1.htm)

**EJEMPLO 2**: (Con términos negativos)  
  
x3   -   9x2   +   27x   -   27  =  **(x - 3)3**x                                 -3  
     3.x2.(-3)    3.x.(-3)2        -9x2          27x  
  
  
Las bases son x y -3, ya que (-3)3 es igual a -27.  
Y los dos "triple-productos" dan bien.  
El resultado es (x + (-3))3, que es igual a (x - 3)3[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 2**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin2.htm) **EJEMPLO 3**: (Con todos los términos negativos)  
  
-x3    -    75x    -    15x2    -    125 = **(-x - 5)3**  
  
-x                                          -5  
       3.(-x)2.(-5)   3.(-x).(-5)2  
            -15x2        -75x  
  
  
Las bases son -x y -5, ya que (-x)3 es igual a -x3, y (-5)3 es igual a -125. Los dos "triple-productos" dan con los signos correctos. El resultado es  
(-x + (-5))3, que es igual a (-x -5)3.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 3**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin3.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 4:** (Con fracciones)  
  
x3   +   3/2 x2   +   3/4 x   +   1/8 = **(x + 1/2)3**  
  
x                                        1/2  
        3.x2. 1/2    3.x.(1/2)2  
          3/2 x2       3/4 x  
  
Las bases son x y 1/2, ya que (1/2)3 es igual a 1/8.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 4**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin4.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 5:** (Con un número multiplicando a la x3)  
  
64x3  +  144x2  +  108x  +  27 = **(4x + 3)3**  
  
4x                                   3  
          3.(4x)2.3   3.4x.32  
            144x2     108x

Las bases son 4x y 3. Porque (4x)3 es igual a 64x3, y 33 es igual a 27. El número que multiplica a la x3 debe ser también un cubo para que todo el término sea cubo. Y el 64 es cubo de 4.

[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 5**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin5.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 6:** (Con varias letras)  
  
a3b3  +  3a2b2x  +  3abx2 +  x3 = **(ab + x)3**  
  
ab                                     x  
         3.(ab)2.x    3.ab.x2  
          3a2b2x      3abx2  
  
Las bases son ab y x. Ya que (ab)3 es igual a a3b3.  
Para que un producto sea cubo, ambos factores deben ser cubos.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 6**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin6.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 7:** (Con potencias distintas de 3)  
  
  
x6 +  6x4  +  12x2  +  8 = **(x2 + 2)3**  
  
x2                           2  
     3.(x2)2.2  3.x2.22  
         6x4        12x2  
  
Las bases son x2 y 2, ya que (x2)3 es igual a x6.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 7**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin7.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 8:** (Un ejemplo con todo)  
  
  
3/4 x4y2 -    1/8 x6y3   + 1  -  3/2 x2y = **(-1/2 x2y + 1)2**  
  
                    -1/2 x2y      1  
3.(-1/2 x2y)2.1                      3.(- 1/2 x2y).12  
3/4 x4y2 -3/2 x2y

En este ejemplo tenemos: varias letras, potencias distintas de 3, fracciones, términos negativos, el número "1"; y además está "desordenado". Las bases son -1/2 x2y, y 1. Ya que (-1/2 x2y)3 es igual a -1/8 x6y3; y 13 es igual a 1.

[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 8**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin8.htm)  
  
  
  
  
PARA AVANZADOS: (Raramente se ve en el Nivel Medio)  
  
  
  
**EJEMPLO 9:**  ("Con cubos que no son cubos". O "Con raíces")  
  
  
5x3    +    6x2     +    12 x    +    8 = (**x + 2)3**  
  
x                                                 2  
          3.(x)2.2         3.x.22  
             3..x2.2       12x  
               6x2  
  
El 5 no es cubo de ningún número racional, pero hay que tomarlo como cubo si se quiere factorizar este polinomio. Se puede hacer esto porque 5 en realidad sí es cubo de algo, es cubo de un número irracional: . Ya que ()3 = 5.  
  
  
[**EXPLICACION DEL EJEMPLO 9**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin9.htm)



CONCEPTOS - DUDAS - COMENTARIOS

# SOBRE EL CUARTO CASO DE FACTOREO: CUATRINOMIO CUBO PERFECTO

Nota: Antes de estudiar este caso, conviene aprender el Caso [TRINOMIO CUADRADO PERFECTO](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm). Porque el procedimiento es casi idéntico. La única diferencia es que aquí usamos otra fórmula, la fórmula para el "cubo" de un binomio.  
  
  
**¿Por qué el caso se llama Cuatrinomio Cubo Perfecto?**  
  
Cuatrinomio se le llama a cualquier polinomio que tiene 4 términos. Y "Cubo Perfecto", porque viene de elevar al cubo un binomio ([no entiendo esta frase](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#cuboperfecto)), con la fórmula:  
  
(a + b)3 = a3 + 3.a2.b + 3.a.b2 + b3       ([¿qué es un "cubo"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#cubo)) ([no conozco esa fórmula](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#binomioalcubo))  
  
  
**¿Cómo me doy cuenta de cuándo puedo aplicar este caso?**  
  
Primero que nada el polinomio tiene que tener 4 términos. Después, tiene que haber términos que puedan ser potencia tercera de algo ([¿qué es una potencia?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun2.htm#potencia)), como x3, 8, 1, a6, -27, etc. Cumplidas esas dos condiciones, puedo intentar aplicar el Caso, y puede verificarse o no que sea un "cubo perfecto".  
  
  
**¿Qué es eso de "verificar que es un cubo perfecto"? ¿Por qué "perfecto"?**  
  
Muchos polinomios pueden tener potencias terceras, pero se les llama "cubo perfecto" solamente a los que son resultado de elevar a un binomio a una potencia tercera. Es decir, a los que son resultado de usar la fórmula (a + b)3 = a3 + 3.a2.b + 3.a.b2 + b3. Por ejemplo:  
  
(x + 2)3 = x3 + 6x2 + 12x + 8      ([¿cómo se aplica esta fórmula?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#binomioalcubo))  
  
Podemos decir que x3 + 6x2 + 12x + 8 es un "cubo perfecto", porque viene de elevar a la tercera al binomio (x + 2). En cambio hay otros polinomios de los que no se puede decir lo mismo, por ejemplo: x3 + y2 - 15x + 3xy no viene de elevar al cubo a ningún binomio.  
  
Cuando aplicamos este Caso, tenemos que hacer un par de verificaciones para demostrar que nuestro polinomio cumple con todas las condiciones necesarias para ser un "cubo perfecto", es decir, para ser resultado de aplicar esa fórmula.  
  
  
**¿Qué condiciones tiene que cumplir el polinomio para ser "cubo perfecto"?**  
  
1) Tiene que tener dos términos que sean "cubos", es decir, potencia tercera de algo (número, letra o ambos). Por ejemplo, los siguientes términos son cubos:  
  
x3  
x6         porque (x2)3 es igual a x6       ([Potencia de Potencia](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#potdepotencia))  
-x3        porque (-x)3 es igual a -x3     ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#cubonegativo))  
8          porque 23 es igual a 8  
-1         porque (-1)3 es igual a -1  
27        porque 33 es igual a 27  
  
  
2) Y luego tiene que verificar los dos "triple-productos" ([¿qué es "triple-producto"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#tripleproducto)). En la explicación del [EJEMPLO 1](http://matematicaylisto.webcindario.com/backupswebs/web2/cuatrino/cuatrin1.htm#verificatriplep) se puede ver cómo se hace esa verificación.  
  
Esos "triple-productos" son los que están en la fórmula del cubo de un binomio:  
  
3.a2.b  y  3.a.b2  
  
a y b son "las bases" ([¿a qué se llama "bases"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#bases)), es decir los números o letras que "provienen" de esos "cubos" que hallamos en el punto 1). Por ejemplo, si en nuestro polinomio estaba x3, la base es x. Si estaba el -8, la base es -2 (son las que siempre pongo en rojo); etc.  
Luego, hay que multiplicar de esta manera: "El número 3, por una de las bases al cuadrado, por la otra base" (3a2b y 3ab2). Y el resultado tiene que coincidir con alguno de los términos del polinomio que queremos factorizar, tal como en el caso TRINOMIO CUADRADO PERFECTO. En este Caso, debemos hacerlo dos veces:   
  
- En una de ellas, ponemos una de las bases al cuadrado y la otra no (por ejemplo, la "a" al cuadrado y la "b" no).   
- Y en la otra hacemos al revés (la "b" al cuadrado, y la "a" no).  
  
Los dos resultados que obtenemos tienen que estar en el polinomio que estamos tratando de factorizar, incluso el signo (+ o -) debe coincidir.  
  
Cumplidas estas dos condiciones, podemos decir que nuestro polinomio "cumple con el Caso", y lo podemos factorizar como "la suma de las bases, elevada a la tercera": (a + b)3.  
  
NOTA: Aquí no se pretende explicar el procedimiento, sino aclarar dudas, exponer conceptos, definiciones y justificaciones. Para aprender a aplicar el Caso, consultar en la [EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin1.htm).  
  
  
**¿Qué es un cubo?**  
  
Se le llama "cubo" a la potencia tercera, o potencia 3. Es decir, cuando elevamos a la potencia 3, decimos que estamos elevando "al cubo". Por ejemplo, cuando hacemos 23, estamos elevando a 2 "al cubo" ([¿qué es una potencia?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun2.htm#potencia)). Es un nombre que se le dá a esa potencia en particular, tal como a la potencia 2 se le llama "cuadrado".  
Y en este tema le llamamos "cubo", a algo que esté elevado a la potencia tercera. Decimos por ejemplo:  
  
"x3 es un cubo". Es el cubo de x.  
"8 es un cubo". Es el cubo de 2. Porque 2 elevado a la 3 dá 8.  
"1 es un cubo". Es el cubo de 1. Porque 1 elevado a a la 3 dá 1.  
"a6 es un cubo". Es el cubo de a2. Porque a2 elevado a la 3, dá a6 ([Potencia de Potencia](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#potdepotencia)).  
"-27 es un cubo". Es el cubo de -3. Porque -3 elevado a la 3, dá -27  
  
Es decir, lo mismo que hacíamos con "cuadrado".  
Los nombres "cuadrado" y "cubo" hacen referencia por supuesto a la figura cuadrado y el cuerpo cubo que todos conocemos en geometría. Y tiene que ver con cómo se calcula la superficie de un cuadrado y el volumen de un cubo.  
  
  
**¿Qué es un "triple-producto"?**  
  
En este tema, le llamamos "los dos triples productos", a esos dos términos centrales que tiene la fórmula del cubo del binomio (a3 + 3.a2.b + 3.a.b2 + b3). Ellos son: 3.a2.b y 3.a.b2  
  
Porque "Producto" se le llama en Matemática a la multiplicación. Y el "triple" de algo, es ese algo multiplicado por 3. Por ejemplo, el triple de "b" es "3.b".   
Entonces, se le llama "triple-producto" al "triple de una multiplicación", es decir, "una multiplicación, multiplicada por 3". En nuestro caso, tenemos "El triple de a2.b" y "El triple de a.b2". Recordemos que a y b son las bases de nuestros cubos, y que tenemos que efectuar esos dos triples productos para verificar que se encuentran en el polinomio que vamos a factorizar.  
  
  
**Elevar a la tercera a números negativos**  
  
Un número negativo, elevado a la potencia 3, dá como resultado un número negativo, ya que el exponente 3 es un número impar. Recordemos aquello que quizás aprendimos como regla: "Potencia impar de número negativo, dá resultado negativo. Potencia par de número negativo, dá resultado positivo". Y eso tiene que ver con el concepto de potencia, con las veces que el número se multiplica por sí mismo, y con la regla de los signos de la multiplicación. Veásmolo en un ejemplo:  
  
(-2)3 es igual a (-2).(-2).(-2), lo que es igual a -8. Porque "Menos por menos, más. Y más por menos, es menos". El resultado es entonces negativo. ([Regla de los signos](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun1.htm#reglasigno))  
  
Al multiplicar tres veces un número negativo, la regla de los signos nos lleva a un resultado negativo. Por eso, como decía en un párrafo allá arriba, (-x)3 es igual a -x3  
  
(-x)3 es igual a (-x).(-x).(-x), lo que es igual a -x3.  
  
Lo mismo pasa si elevamos a cualquier otra potencia impar. Al multiplicar el signo menos un número impar de veces, la regla de los signos nos conduce a un resultado negativo. En cambio al multiplicarlo un número par de veces, la regla nos lleva un resultado positivo.  
([más sobre esto](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#menospotencia))  
  
  
**Fórmula para el cubo de un binomio. Ejemplos de aplicación.**  
  
Esta fórmula sirve para elevar a la tercera a una expresión de dos términos. Conviene saber cómo aplicar esta fórmula, antes de aprender el Caso de Factoreo que estamos tratando.  
  
(a + b)3 = a3 + 3.a2.b + 3.a.b2 + b3  
  
Ejemplos:  
  
(x + 2)3 = x3 + 3.x2.2 + 3.x.22 + 23 = x3 + 6x2 + 12x + 8  
  
(x - 1)3 = x3 + 3.x2.(-1) + 3.x.(-1)2 + (-1)3 = x3 - 3x2 + 3x - 1  
  
(-x + 3)3 = (-x)3 + 3.(-x)2.3 + 3.(-x).32 + 33 = -x3 + 9x2 - 27x + 27  
  
(-x - 4)3 = (-x)3 + 3.(-x)2.(-4) + 3.(-x).(-4)2 + (-4)3 = -x3 - 12x2 - 48x - 64  
  
(x2 + 1)3 = (x2)3 + 3.(x2)2.1 + 3.x2.12 + 13 = x6 + 3x4 + 3x2 + 1  
  
(2x + 3)3 = (2x)3 + 3.(2x)2.3 + 3.2x.32 + 33 = 8x3 + 36x2 + 54x + 27  
  
(ax + 2b)3 = (ax)3 + 3.(ax)2.2b + 3.ax.(2b)2 + (2b)3 = a3x3 + 6x2a2b + 12axb2 + 8b3  
  
  
**¿Por qué usamos solamente la fórmula de la suma elevada al cubo? ¿No hay fórmula para la resta?**  
  
En realidad hay 4 fórmulas posibles para el cubo de un binomio:  
  
(a + b)3 = a3 + 3.a2.b + 3.a.b2 + b3  
  
(a - b)3 = a3 - 3.a2.b + 3.a.b2 - b3  
  
(-a + b)3 = -a3 + 3.a2.b - 3.a.b2 + b3  
  
(-a - b)3 = -a3 - 3.a2.b - 3.a.b2 - b3  
  
Y se pueden usar para resolver el Caso. Pero, para eso habría que conocer muy bien las cuatro fórmulas, y mirar con mucha atención los signos de cada una, apelando mucho más a la memoria... Para quien recién empieza con el Caso, y tiene poco tiempo para aprenderlo, le resultará más fácil manejarse solamente con la fórmula de la suma, de la manera en que está explicado en el [EJEMPLO 2](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin2.htm) y [EJEMPLO 3](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/cuatrin3.htm), y como se hizo también en el caso Trinomio Cuadrado Perfecto.  
En realidad, quiero aclarar que la segunda y tercera fórmula son en realidad iguales, si cambiamos "a" por "b" y desordenamos. Pero no tiene sentido hilar tan fino aquí.  
  
  
**¿Tiene dos soluciones posibles este Caso, como lo tenía el Trinomio Cuadrado Perfecto?**  
  
No. La solución en este Caso de Factoreo es una sola. Y eso tiene que ver con el asunto "potencia par o potencia impar". En Trinomio cuadrado perfecto teníamos dos soluciones posibles, porque:  
  
Elevar a (a + b)2 daba igual que (-a - b)2 ; y (a - b)2 daba igual que (-a + b)2  
  
Y por eso también había solamente dos fórmulas para el Cuadrado de un Binomio  
([más sobre esto](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#cuatroformulas)). Por ser el cuadrado una potencia par (elevar a la 2), dá lo mismo cuando elevamos a un número positivo y su opuesto (por ejemplo 32 = 9 y (-3)2 = 9)). Dá lo mismo elevar a (a + b) y a (-a -b), porque (-a -b) es el opuesto a (a + b) ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#opuestoamasb)). Al elevarlos a una potencia par, dan el mismo resultado.   
  
Pero no pasa lo mismo cuando elevamos a la potencia 3, porque el exponente 3 es un número impar. Por ejemplo: 23 dá 8, pero (-2)3 dá -8. No dá igual elevar a un número y su opuesto. Como vemos en las 4 fórmulas de allá arriba, los 4 resultados son diferentes. Entonces, dependiendo de los signos que tenga el Cuatrinomio, corresponderá a solamente uno de los binomios ((a + b), (a -  b), (-a + b), (-a - b)). O sea que el resultado de la factorización será solamente uno de esos cuatro.  
  
  
**¿Por qué (-a - b) es el opuesto de (a + b)?**  
  
Dijimos con anterioridad que el opuesto de un número o una expresión, es el mismo número o expresión con el signo contrario (+ ó -) ([¿qué es el opuesto?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos5.htm#elopuesto)). Entonces, el opuesto de (a + b) es igual a -(a + b). Pero, si sacamos el paréntesis, nos queda: -a - b. Ya que, cuando hay un signo menos delante de un paréntesis, al quitarlo deben quedar todos los términos con el signo contrario ([regla para quitar paréntesis](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#reglaparentesis)).  
  
  
**"Viene de elevar al cubo a un binomio"**  
  
Se dice que un polinomio de cuatro términos (cuatrinomio) es un "cubo perfecto", si se lo puede obtener como resultado de elevar a la potencia 3 a un polinomio de dos términos (binomio). Por ejemplo: El cuatrinomio  x3 + 6x2 + 12x + 8  es un "cubo perfecto", porque viene de elevar al binomio (x + 2) a la potencia tercera. Ya que:  
  
(x + 2)3 = x3  +  6x2  +  12x  +  8    (Aplicar la fórmula del [Cubo de un binomio](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/cuatrino/ctocaso.htm#binomioalcubo))   
  
  
**"Reglas para quitar los paréntesis, corchetes o llaves"**  
  
Si el paréntesis tiene un signo "más" (+) delante, cada término queda con el signo que ya tenía. Por ejemplo:  
  
2 + (-5x3 - x - 3x2 + 1) =    Cuando quito el paréntesis queda:  
  
2 - 5x3 - x - 3x2 + 1  
  
En cambio, si el paréntesis tiene un signo "menos" (-) delante, cada término queda con el signo contrario al que tenía. Por ejemplo:  
  
3a - (4b - 2c - 5 + d) =      Cuando quito el paréntesis queda:  
  
3a - 4b + 2c + 5 - d  
  
Cabe aclarar que estamos hablando aquí de paréntesis que no están multiplicados ni divididos por nada, ni elevados a potencias. Si un paréntesis está multiplicado o dividido por algo, hay que aplicar la Propiedad Distributiva. Pero eso no tiene que ver con el tema que aquí estamos tratando. Y habría que agregar que si un paréntesis no tiene nada delante hay que asumir que tiene un signo +, entonces se aplica lo que dije para un paréntesis que tiene el signo "+" adelante.   
  
  
**Potencias de números negativos**  
  
Si elevamos un número negativo a una potencia de exponente par (2, 4, 6, 8, etc.), el resultado será positivo. Si elevamos un número negativo a una potencia de exponente impar (1, 3, 5, 7 veces), el resultado será negativo. Veamos ejemplos:  
  
Potencia 2:  
  
(-3)2 es igual a (-3).(-3), y eso es igual a 9, un número positivo. Porque "menos por menos, más". Al elevar a la potencia segunda, que es un número par (2), estoy multiplicando por sí mismo dos veces al signo menos. Como "menos por menos es más", el resultado es positivo.  
  
Potencia 4:  
  
(-3)4 es igual a (-3).(-3).(-3).(-3), y eso es igual a 81, un número positivo. Porque "Menos por menos, más. Más por menos, menos. Y menos por menos, más"   
  
En fin, cada vez que multiplico el signo menos un número par de veces (2, 4, 6, 8 veces), me termina dando "más", según la regla de los signos. Entonces, el resultado es positivo. En cambio con las potencias impares pasa esto:  
  
(-2)3 es igual a (-2).(-2).(-2), y eso es igual a -8, un número negativo. Porque "Menos por menos, más. Y más por menos, menos". El resultado me dá negativo. Al multiplicar 3 veces el signo menos, obtengo "menos", según la regla de los signos. Y eso pasa cada vez que multiplico por una cantidad impar de veces (1, 3, 5, 7 veces, etc.)

# DIFERENCIA DE CUADRADOS / EJERCICIOS RESUELTOS

**EJEMPLO 1**: (Fácil)  
  
x2 - 9 = **(x + 3).(x - 3)**  
  
x     3  
  
Los dos términos son cuadrados. Las "bases" son x y 3. Se factoriza multiplicando la "suma de las bases" por la "resta de las bases".  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad1.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 2**: (Con dos letras)  
  
x2 - y2 = **(x + y).(x - y)**  
  
x     y  
  
Las dos bases son letras   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 2**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad2.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 3**: (Con el "1")  
  
b2 - 1 = **(b + 1).(b - 1)**  
  
b     1  
  
No hay que olvidar que el número 1 es un cuadrado.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 3**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad3.htm)

**EJEMPLO 4**: (Con fracciones)   
  
x2 - 9/25 = **(x + 3/5).(x - 3/5)**  
  
x      3/5  
  
9/25 es cuadrado. Porque 9 es cuadrado (de 3), y 25 también (de 5)  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 4**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad4.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 5:** (Con potencias distintas de 2)  
  
x6 - 4 = **(x3 + 2).(x3 - 2)**  
  
x3   2  
  
x6 es también un cuadrado, es el cuadrado de x3. Ya que (x3)2 es igual a x6  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 5**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad5.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 6**: (Con términos "compuestos")  
  
36x2 - a6b4 = **(6x + a3b2).(6x - a3b2)**  
  
6x       a3b2  
  
Los términos pueden estar compuestos por varios factores, y no una sola letra o número. Pero todos deben ser cuadrados.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 6**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad6.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 7:** (Con números decimales)  
  
x2 - 0,16 = **(x + 0,4).(x - 0,4)**  
  
x     0,4  
  
También se puede hacer pasando los números decimales a fracción (Ver en la EXPLICACIÓN)   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 7**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad7.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 8**: (Con la resta "al revés")  
  
-x2 + 4 = 4 - x2 = **(2 + x).(2 - x)**  
  
x       2  
  
El primer término es negativo y el segundo es positivo. Pero puedo escribirlos "al revés", y ahí tengo la resta que necesito.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 8**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad8.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 9**: (Uno "con todo")

4/25 x6a2 - 0,01 b4y10 = **(2/5 x3a + 0,1 b2y5).(2/5 x3a - 0,1 b2y5)**

2/5 x3a       0,1 b2y5  
  
Fracciones, decimales, potencias distintas de dos, varias letras...  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 9**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad9.htm)  
  
  
  
  
PARA AVANZADOS: (Raramente se ve en Nivel Medio)  
  
  
**EJEMPLO 10**: (Con números que no son cuadrados)  
  
x2 - 3 = **(x + ).(x - )**  
  
x      
  
El número 3 no es cuadrado de un número entero ni racional.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 10**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad10.htm)



CONCEPTOS - DUDAS - COMENTARIOS

# SOBRE EL QUINTO CASO: DIFERENCIA DE CUADRADOS

**¿Por qué se llama "Diferencia de Cuadrados"?**  
  
"Diferencia" se le dice a la resta ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/qtocaso.htm#diferencia)). Entonces, "Diferencia de Cuadrados" hace referencia a una "Resta de cuadrados". Más precisamente, una resta de dos cuadrados. Es decir, "dos cuadrados que están restándose".  
Por ejemplo, en x2 - 4, tenemos al cuadrado **x2** que está restando con el cuadrado **4**. Es un polinomio de dos términos que se están restando, y ambos son "cuadrados".  
([¿qué es un cuadrado?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#uncuadrado))  
  
  
**¿Cómo me doy cuenta de que puedo aplicar este Caso en un polinomio?**  
  
1) El polinomio tiene que tener 2 términos.   
  
2) Los términos tienen que estar restándose. Por ejemplo: x2 - 1. Pero también pueden estar al revés, por ejemplo: -9 + a6. Ya que es lo mismo que a6 - 9. Es decir que debo ver que haya un término positivo y otro negativo, no importa el orden.  
  
3) Los dos términos tienen que ser "cuadrados" ([¿qué es un cuadrado?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#uncuadrado)). Para reconocer que un término es cuadrado, aplicamos todo lo que aprendimos al respecto en el Tercer Caso: Trinomio Cuadrado Perfecto. En la próxima pregunta hago un resumen de las posibilidades a la hora de identificar un "cuadrado".  
  
  
**¿Cómo reconozco si un término es un "cuadrado"?**  
  
Recordemos que son cuadrados:  
  
1) Los números enteros que tienen raíz cuadrada exacta ([¿"raíz exacta"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/qtocaso.htm#raizexacta2)). Por ejemplo: 4, 9, 16, 1, 25, 36, 64, 100, etc. En particular, recordar que el número 1 es un cuadrado.  
Y los número decimales cuya raíz cuadrada dé un número decimal exacto. Es decir, que al calcular su raíz en la calculadora, no se llene ésta de cifras decimales ([¿que quiere decir esto?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/qtocaso.htm#irracionales)). Ejemplos de decimales que son cuadrados: 0,09; 0,01; 0,0001; 0,25; 0,64; 1,44; 0,0256; etc.   
  
2) Las letras elevadas a un exponente par. Por ejemplo: x2, x4, x6, x8, x10, etc.  
  
3) Las fracciones cuyo numerador y denominador son ambos "cuadrados". Es decir, que el número de arriba tiene raíz exacta, y el de abajo también. Por ejemplo: 4/9 , 25/64, 1/4, 49/100, etc.  
  
4) Términos que tengan varias letras y todas ellas sean potencias "pares" (exponente = 2, 4, 6, 8, etc). O sea, que cada letra sea "cuadrado", como en el punto 2). Por ejemplo: a2b2, x4y2, a6y8, a10b4c2, x8y12, etc.  
  
5) Términos que tengan un número y una o más letras, siempre que el número tenga raíz exacta y las letras sean potencias pares (como en los puntos 1) y 2)). Por ejemplo: 9x2, 100a4b6, 25x8y2, 64a6x12y2, etc. El número puede ser una fracción, y debe ser cuadrado por supuesto (ver punto 3)). Por ejemplo: 1/9 x4, 9/25 y2b8, etc. O también un número decimal, que cumpla con lo dice el punto 1). Por ejemplo: 0,04 x2; 0,0009 x6y2, etc.  
  
Más información sobre cuadrados en [¿qué es un cuadrado?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#uncuadrado)  
  
  
**¿Cómo se factoriza una Diferencia de Cuadrados?**  
  
Identifico las bases ([¿qué son las bases?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#bases)), y el resultado de la factorización es: "La suma de las bases multiplicada por la resta de las bases", es decir: suma por resta de las bases. En letras:  
  
a2 - b2 = (a + b).(a - b)  
  
Donde a2 y b2 son los dos cuadrados, cuya forma es alguna de las indicadas en la pregunta anterior ([¿cómo reconozco un cuadrado?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/qtocaso.htm#reconocercuadrado)). Y "a" y "b" son las bases de esos cuadrados.  
  
Por ejemplo, en 25x2 - 100, los dos cuadrados son: 25x2 y 100. Las bases son 5x y 10. Entonces se factoriza como (5x + 10).(5x - 10)  
  
  
**¿Por qué se factoriza de esa manera?**  
  
Como en toda factorización, buscamos transformar el polinomio en una multiplicación. Y resulta que una resta de dos cuadrados, proviene siempre de una multiplicación entre una suma y una resta de sus bases. Entonces, aprovechamos esa propiedad, para escribir nuestra resta de dos cuadrados, como una multiplicación.  
   
(a + b).(a - b) siempre dá una resta del cuadrado de a y el cuadrado de b. Cualesquiera sean a y b. Y por eso existe la siguiente fórmula:  
  
(a + b).(a - b) = a2 - b2  
  
Eso quiere decir que, siempre que multiplique la suma de dos términos cualesquiera, por la resta de ESOS MISMOS TÉRMINOS, el resultado es: "El cuadrado de uno de los términos, menos el cuadrado del otro término". En esta fórmula es en la que este Quinto Caso se basa.  
  
Si (a + b).(a - b) = a2 - b2, podemos decir también que a2 - b2 es igual a (a + b).(a - b), que es lo mismo pero visto al revés (recíproco). Cuando decidimos factorizar un polinomio con este Caso, buscamos dos términos que sean cuadrados, es decir, buscamos a a2 y b2. Luego, podemos decir entonces que nuestro polinomio es igual a la suma de a y b, multiplicada por la resta de a y b.  
  
  
**¿Por qué (a + b).(a - b) es igual a a2 - b2?**  
  
(a + b).(a - b) es igual a a2 - ab + ba - b2, si aplicamos la Propiedad Distributiva.  
  
Pero los términos **ab** y **ba** son iguales, porque en la multiplicación se puede cambiar el orden (Propiedad Conmutativa). (Recordemos que ab es lo mismo que "a por b", es una multiplicación).  
  
Si esos términos son iguales, y tienen el signo opuesto (uno el "más"; el otro, el "menos"), se pueden cancelar ("tachar"). Porque si resto un valor y luego vuelvo a sumar el mismo valor, es como si no hiciera nada: vuelvo a lo mismo. Estoy restando ab, y luego sumando ab, es lo mismo que no hacer nada. Por eso puedo cancelar a -ab con + ab. Cancelar significa tacharlos, borrarlos, quitarlos de la expresión. -ab y +ba son dos términos "opuestos"  
([¿qué es el opuesto?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/fcgrupos/grupos5.htm#elopuesto)), y la suma de dos términos opuestos dá cero (Ley de los opuestos). Si dá cero, es lo mismo que no estuvieran, ya que sumar "cero" no agrega nada (El cero es el neutro de la suma).   
  
a2~~- ab+ ba~~ - b2  
  
Luego de cancelar, me queda a2 - b2. Usando operaciones y propiedades válidas, llegué a la conclusión de que (a + b).(a - b) es igual a a2 - b2  
  
Con un ejemplo donde haya números, quizás se pueda apreciar mejor el tema de los dos términos opuestos que se cancelan:  
  
(x + 4).(x - 4) = x2 - 4x + 4x - 16 = x2 + 0 - 16 = x2 - 16  
  
(- 4x + 4x es igual a 0, como sabrán seguramente si han resuelto ecuaciones, han hecho operaciones con polinomios, etc.)   
  
  
**¿Por qué a la resta se le dice "diferencia"?**  
  
Si dos números representan a distintas cantidades, son números diferentes. Entre ellos hay una diferencia. Hay una diferencia entre sus cantidades. Para saber qué diferencia hay entre las cantidades que representan, hay que restarlos. La resta entre ellos es la diferencia entre las cantidades que ellos representan. Por ejemplo:  
  
3 y 8 son dos números diferentes  
  
El 3 es más chico que el 8. ¿Qué diferencia de cantidad hay entre 3 y 8? ¿Que diferencia hay entre tener 3 cosas o tener 8 cosas? Bueno, si tengo 8 cosas, estoy teniendo 5 cosas más que si tengo 3. ¿Y cómo pude calcular eso? Restando 8 - 3 = 5. Si a 8 le resto 3, puedo ver qué diferencia de cantidad hay entre ellos. Si resto dos números, puedo saber la diferencia entre las cantidades que representan. Por eso ha de ser que a la resta en Matemática se le llama también "diferencia".  
  
  
**¿A qué llamo raíz "exacta"?**  
  
Digo que un número entero tiene raíz cuadrada exacta, si al calcular la raíz cuadrada de ese número, el resultado es un número natural. Es decir, si en la calculadora saco la raíz cuadrada del número, el resultado dá "sin coma". Por ejemplo:  
  
Digo que el número 9 tiene raíz cuadrada exacta, porque si calculo , dá como resultado 3, un número natural, es decir: "sin coma". En realidad es porque existe un número natural que elevado al cuadrado es igual a 9, y ese número es 3. Pero, la costumbre de la mayoría es tomar la calculadora y poner: . Por eso lo explico de esa manera.  
  
En cambio el número 8 no tiene raíz cuadrada exacta, porque si calculo , dá como resultado 2,828427125. Este número decimal me llena la pantalla de la calculadora, y es porque en realidad sigue hasta el infinito con sus cifras decimales. Este tipo de números pertenece a un conjunto que se llama Números Irracionales. Digo que una raíz no es exacta cuando el resultado es un número irracional.  
  
En cuanto a los números decimales, pueden también tener lo que yo llamo "raíz exacta". En ese caso, el resultado dá con coma. Si embargo, ese resultado no llena la calculadora. No tiene tantos decimales. Y es porque no es un número irracional, sino que es un "decimal exacto", es decir: un decimal "que se termina". Entonces, cuando hablo de números decimales con "raíz exacta", me refiero a aquellos números que, cuando le calculo la raíz cuadrada, el resultado "no me llena la calculadora" con cifras decimales. El resultado es un número con coma, pero es un decimal exacto, "se corta". Por ejemplo:  
  
Digo que el número 0,0025 tiene raíz exacta. Porque al calcular su raíz cuadrada en la calculadora, dá 0,05. El cual es un número decimal exacto, porque tiene sólo dos cifras después de la coma.  
  
En cambio, el número 0,3 no tiene raíz exacta. Porque al calcular su raíz cuadrada en la calculadora, dá 0,547722557... Un número irracional.  
  
Todo lo anterior es para que nos entendamos. En realidad, diríamos que un número tiene raíz cuadrada exacta si existe un número racional que elevado al cuadrado dé ese número.



# SUMA O RESTA DE POTENCIAS DE IGUAL GRADO / EJERCICIOS RESUELTOS

**EJEMPLO 1**: (Suma de Potencias Impares)  
  
x5 + 32 = **(x + 2).(x4 - 2x3 + 4x2 - 8x + 16)**  
x        2  
  
  
  | 1  0  0  0  0  32  
  |  
  |  
-2|   -2  4 -8  16 -32  
    1 -2  4 -8  16 |0  
  
Cociente: x4 - 2x3 + 4x2 - 8x + 16  
  
  
Los dos términos son potencias quintas. Ya que 32 = 25.  
Cuando es una suma de potencias impares, hay que dividir al polinomio por la suma de las bases: (x + 2).  Y la división se suele hacer con la regla de Ruffini.  
Divido (x5 + 32):(x + 2), y el resultado de la división es: x4 - 2x3 + 4x2 - 8x + 16. El resto dá 0. Se factoriza como (x + 2).(x4 - 2x3 + 4x2 - 8x + 16), es decir: "la suma de las bases multiplicada por el resultado de la división".  
  
Pero también hay otra forma de factorizar este tipo de polinomio, que consiste en aplicar una reglita para construir el cociente sin hacer ninguna división. En cada ejemplo, se dá la explicación para hacerlo de las dos maneras.  
  
La variedad de los siguientes ejemplos está pensada para las distintas situaciones que se presentan al utilizar el método de la división con la regla de Ruffini. Con el método de la regla, casi no hay variedad de situaciones: todos los ejercicios resultan prácticamente iguales.  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado1.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 2**: (Resta de Potencias Impares)  
  
x3 - 8 = **(x - 2).(x2 + 2x + 4)**  
  
x     2  
  
Cuando es una resta de potencias impares, hay que dividir por la resta de las bases.   
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 2](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado2.htm)**

**EJEMPLO 3**: (Resta de Potencias Pares)  
  
b4 - 81 = **(b - 3).(b3 + 3b2 + 9b + 27)** ó **(b + 3).(b3 - 3b2 + 9b - 27)**  
  
b      3  
  
En las restas de potencias pares se puede dividir tanto por la resta como por la suma de las bases.   
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 3](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado3.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 4**: (Suma de Potencias Pares)   
  
x4 + 16 = x4 + 16  
  
En general no se factorizan las sumas de Potencias pares. Porque algunas no son divisibles ni por la suma ni por la resta de las bases. Pero las potencias que son múltiplo de 3, 5, u otros números impares, sí se pueden factorizar. Aunque, como es un poco diferente su factorización, no lo suelen ver en el Nivel Medio. Consultar en [EJEMPLO 12](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "avanzados2" \t "_blank) un ejemplo de esto.   
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 4](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado4.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 5:** (Con el "1")  
  
x7 + 1 = **(x + 1).(x6 - x5 + x4 - x3 + x2 - x + 1)**  
  
x     1  
  
No hay que olvidar que el "1" puede ser "cualquier potencia". Así que siempre puede ser tomado como base de cualquier potencia.   
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 5](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado5.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 6:** (Con dos letras)  
  
x7 - y7 = **(x - y).(x6 + x5y + x4y2 + x3y3 + x2y4 + xy5 + y6)**  
  
x     y  
  
La división por Ruffini se complica un poco en estos casos. Hay que tratar a la segunda letra como si fuera un número.  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 6](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado6.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 7**: (Con fracciones)  
  
x6 - 1/64 = **(x - 1/2).(x5 + 1/2 x4 + 1/4 x3 + 1/8 x2 + 1/16 x + 1/32)**  
  
x     1/2  
  
1/64 es una potencia sexta, ya que (1/2)6 es igual a 1/64.  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 7](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado7.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 8:** (Con números decimales)  
  
x5 + 0,00001 = **(x + 0,1).(x4 - 0,1x3 + 0,01x2- 0,001x + 0,0001)**  
  
x          0,1  
  
También se puede hacer pasando los números decimales a fracción (Ver en la EXPLICACIÓN)   
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 8](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado8.htm)**  
  
  
  
PARA AVANZADOS: (Raramente se ve en Nivel Medio)  
  
  
**EJEMPLO 9**: (Con el número en el primer término)  
  
-125 + x3 = x3 - 125 = **(x - 5).(x2 + 5x + 25)**  
  
                  x     5  
  
En un caso como éste, puedo cambiar el orden para que quede la letra en el primer término, y así queda listo para aplicar la división de Ruffini.   
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 9](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado9.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 10**: (Con los signos equivocados)  
  
-x6 + 64 = -(x6 - 64) = -**(x - 2).(x5 + 2x4 + 4x3 + 8x2 + 16x + 32)** ó  
                  x      2  
                             = -**(x + 2).(x5 - 2x4 + 4x3 - 8x2 + 16x - 32)**  
  
En realidad es un ejercicio combinado. Primero hay que "sacar el menos afuera", o "sacar factor común -1".   
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 10](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado10.htm)**  
  
  
  
  
EJEMPLO 11: (Con un número multiplicando a la primera letra)  
  
8x3 +  27 = 8.(x3 + 27/8) = **8.(x + 3/2).(x2 - 3/2 x + 9/4)**  
  
                    x      3/2  
  
El polinomio no está normalizado. Para dividir por Ruffini,  primero hay que normalizar el polinomio y luego aplicar el caso a lo que queda. Pero también existe una manera de hacer la división por Ruffini sin normalizar antes, aunque hay que saber un "truquito". Se explica de todas las maneras.

**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 11](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado11.htm)** **EJEMPLO 12:** (Suma de potencias pares múltiplos de 3, o de otros números impares)  
  
x6 + 64 = (x2)3 + 43 = **(x2 + 4).(x4 - 4x2 + 16)**  
  
               x2      4  
  
Esta es una suma de potencias pares que sí se puede factorizar. Pero a la potencia sexta hay que verla como potencia tercera, es decir, una potencia impar. En este ejemplo, x6 es potencia tercera, ya que es igual a (x2)3. Y 64 también es potencia tercera, ya que es igual a 43. Entonces, las bases ya no son x y 2, sino x2 y 4. La división no puede hacerse por el método de Ruffini, sino por la división común de polinomios.

**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 12](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado12.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 13:** (Con letra y número en el segundo término)   
  
x7 + 128a7 = (x + 2a).(x6 - 2ax5 + 4a2x4 - 8a3x3 + 16a4x2 - 32a5x + 64a6)  
  
x       2a  
  
En un ejemplo así se puede aplicar la división de Ruffini, pero es un poco más complicada, como la del [EJEMPLO 6](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "ejemplo6" \t "_blank), ya que hay 2 letras. Y sino, se puede hacer con la división común o con la Regla para el Sexto Caso.  
  
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 13](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado13.htm)**  
  
  
  
  
**EJEMPLO 14**: ("No se puede hacer con Ruffini")

a7x7 +  128b7= (ax + 2b).(a6x6 - 2a5x5b + 4a4x4b2 - 8a3x3b3 + 16a2x2b4 - 32axb5 + 64b6)  
  
ax         2b

Este ejemplo es apropiado para resolverlo con la [REGLA PARA EL SEXTO CASO](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado2.htm" \l "reglasextocaso" \t "_blank), en vez de hacer la división.  También se puede hacer la división, pero no con la Regla de Ruffini.  
   
  
**[EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 14](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado14.htm)**

CONCEPTOS - DUDAS - COMENTARIOS

# SOBRE EL SEXTO CASO: SUMA O RESTA DE POTENCIAS DE IGUAL GRADO

**¿Por qué se llama "Suma o Resta de Potencias de Igual Grado"?**  
  
Porque con este Caso de pueden factorizar aquellos polinomios que sean una suma o una resta de dos términos que sean potencias con el mismo exponente ("igual grado").  
([¿qué es el grado?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "grado" \t "_blank)) ([¿qué es una potencia?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun2.htm" \l "potencia" \t "_blank))  
  
Por ejemplo:  
  
x5 + y5      
  
El polinomio precedente es una suma de potencias quintas. Son dos potencias con el mismo exponente: 5.   
  
x3 - 8  
  
Este polinomio es una resta de potencias terceras. Ya que 8 es igual a 23. Son dos potencias con el mismo exponente: 3  
  
a8 - 1  
  
Este polinomio es una resta de potencias octavas. Ya que 1 es igual a 18. Son dos potencias con el mismo exponente: 8  
  
  
**¿Cómo me doy cuenta de que puedo aplicar este Caso en un polinomio?**  
  
1) El polinomio tiene que tener 2 términos.  
  
2) Los términos tienen que ser potencias con el mismo exponente. Pueden ser dos letras  
(a3 + b3, por ejemplo), o una letra y un número (a3 + 8, por ejemplo). En el caso que haya un número, hay que pensar si el número es potencia con el mismo exponente que la letra. Por ejemplo:  
  
x5 - 32  
  
En el polinomio precedente, la x está elevada a la potencia quinta. Entonces, hay que pensar si el número 32 es potencia 5 de algún número ([¿cómo me doy cuenta de eso?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "raizquinta" \t "_blank)). Como 32 es igual a 25, entonces 32 es también una potencia quinta. Entonces, puedo aplicar el Caso.  
  
3) Si es una suma, las potencias deben ser impares (x3, x5, a7, a9, etc.).  
  
(Las sumas de potencias pares no siempre se pueden factorizar. Y cuando se puede, hay que hacer algo diferente con las bases, y la división no hace por Ruffini. Entonces, en general se opta por no enseñar eso y no factorizar ninguna potencia par.  
Por ejemplo: x4 + y4 no puede factorizarse con este Caso ni de ninguna otra manera. Pero hay casos de sumas de potencias pares que sí pueden factorizarse con este Caso, como las potencias sextas, novenas, y otros múltiplos de 3, de 5, o de los otros números impares. Por ejemplo: x6 + 64 se puede factorizar. Presentaré un ejemplo para [Avanzados](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "avanzados" \t "_blank) de factorización suma de potencias pares, para quienes sí necesitan verlo, o para interesados o curiosos.    
  
4) En general (dependiendo del Nivel, el Curso, etc.), no se factorizan con este Caso los polinomios que tienen un número junto a la primera letra. Y es porque no se enseña a aplicar la división de Ruffini en un caso así (aunque hay un "truco" para hacerlo: [ver aquí](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado11.htm" \l "trucoruffini" \t "_blank)). Por ejemplo: 125x3 + 8. Sin embargo, el Caso sí se puede aplicar en ejemplos como ése, ya que es una suma o resta de potencias de igual exponente. El concepto que se utiliza es el mismo, solamente que podemos hacer la división de otra manera, o usar una Regla para hallar el cociente sin hacer la división ([Regla para el Sexto Caso](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado2.htm" \l "reglasextocaso" \t "_blank)). Como se suele usar exclusivamente la división de Ruffini en este Caso de Factoreo, en la enseñanza de este tema se descartan todos los polinomios en los que no se puede usar Ruffini o es más complicado hacerlo, para no tener que enseñar todo lo otro. Pero en los ejemplos para [Avanzados](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "avanzados" \t "_blank), estoy dando casos como éstos y explicando cómo se pueden hacer de las varias maneras posibles.   
  
  
**¿Cuál es el concepto en que se basa este Caso de Factoreo?**  
  
Primero recordemos que cuando "factorizamos" lo que buscamos es escribir el polinomio en forma de una multiplicación o "producto" ([¿qué significa "factorizar"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factoreo.htm" \l "factorizar" \t "_blank)). Partimos de un polinomio de dos términos sumándose o restándose, y lo queremos transformar en "algo multiplicado por algo". Así sería la forma de lo que queremos lograr:  
  
x5 - 32 = ("algo").("algo")  
  
Ahora, resulta que los polinomios que son "una suma o una resta de potencias de igual exponente", tienen una "propiedad especial". Pasa algo interesante con ellos. Esos polinomios se puede "dividir exactamente" por otro ([¿qué es "dividir exactamente"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "dividepolinomio" \t "_blank)). Es decir, que puedo dividirlo por "cierto polinomio", y el resto de la división dá cero (0).  
Esto es muy apropiado, ya que si puedo dividir al polinomio por algo, y el resto dá cero, luego, puedo decir que el polinomio es igual a la multiplicación de dos cosas. Pero mejor verlo con un ejemplo entre números, para que se entienda mejor.  
  
Decimos que 18 es divisible exactamente por 2. Hagamos la división, y veremos que el resto es "cero":  
  
18 |\_\_2\_\_  
 0    9  
 /  
  
Pero entonces, puedo decir que 18 es igual a "2 por 9". (18 = 2.9). Así, pude escribir el 18 como una multiplicación de "algo por algo". Y eso es porque el resto dió cero, sino no se podría. Veamos otro ejemplo para reforzar la idea:  
  
21 |\_\_3\_\_  
 0    7  
 /  
  
Entonces, puedo decir que 21 es igual a "3 por 7". (21 = 3.7)  
  
Es decir que, si un número es divisible por otro, puedo decir que ese número es igual a la multiplicación entre el resultado y el número por el cual dividí. Si recordamos cómo se llamaba cada elemento de una división, sería así:  
  
DIVIDENDO = DIVISOR X COCIENTE  
  
Siendo el "Dividendo" el número "al que estoy dividiendo". El "Divisor", el número por el cual divido. Y "Cociente", el resultado de la división. En nuestro último ejemplo: 27 es el dividendo, 3 es el divisor y 7 es el cociente.  
Esa igualdad es verdadera solamente si el resto de la división es cero, porque sino, la igualdad sería:  
  
DIVIDENDO = DIVISOR X COCIENTE +  RESTO  
  
Y no me extiendo más en esto para no irme por las ramas. Solamente nos interesa la situación en que "algo es divisible por algo".  
  
Volvamos ahora a nuestros polinomios. Con ellos pasa lo mismo que con los números: Si un polinomio es divisible por otro polinomio, se podrá escribir como multiplicación: DIVISOR POR COCIENTE. Y como les decía al comienzo, los polinomios con la forma de la que estamos hablando, son divisibles por polinomios que tienen cierta forma. Entonces, hago la división y aplico el concepto de división exacta que acabo de explicar. Ahora, ¿Qué forma tiene el polinomio por el que tengo que dividir? Eso lo explicaré en la siguiente pregunta, ahora simplemente veamos unos ejemplos para ver cómo aplicamos este concepto de la división exacta:  
  
x5 - 32  es divisible por (x - 2) (después explico cómo se sabe eso), y el resultado de la división es (x4 + 2x3 + 4x2 + 8x + 16) (después explico como dividir). Entonces, puedo decir que:  
  
x5 - 32       =  (x - 2).(x4 + 2x3 + 4x2 + 8x + 16)  
DIVIDENDO    DIVISOR         COCIENTE  
  
  
x4 - 1 es divisible por (x - 1), y el resultado de la división es (x3 + x2 + x + 1). Entonces, puedo decir que:  
  
x4 - 1       = (x - 1).(x3 + x2 + x + 1)  
DIVIDENDO  DIVISOR     COCIENTE  
  
  
Así, usando el concepto de división exacta, puedo escribir el polinomio como una multiplicación, y por lo tanto, lo estoy "factorizando". La cuestión ahora es: ¿Cómo sé por cuál polinomio se puede dividir?  
  
  
**¿Qué forma tiene el polinomio por el cual puedo hacer la división?**  
  
- Para potencias "impares" (x3, x5, a7, b9, etc.):  
  
Si es una SUMA, se puede dividir por la SUMA DE LAS BASES ([¿qué son las bases?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm" \l "bases" \t "_blank)).  
Si es una RESTA, se puede dividir por la RESTA DE LAS BASES de las potencias.  
  
Por ejemplo:  
  
En x5 + 32, las "bases" son x y 2. Entonces, x5 + 32 es divisible por (x + 2)  
  
En x3 - 64, las "bases" son x y 4. Entonces, x3 - 64 es divisible por (x - 4)  
  
PARA POTENCIAS IMPARES, LA SUMA SE DIVIDE POR SUMA, Y LA RESTA POR RESTA. Entonces, es muy fácil recordarlo. No es aquí donde voy a explicar cómo se hace, para eso hay que ver la explicación de los ejemplos.  
  
- Para POTENCIAS PARES (2, 4, 6, 8, 10):  
  
Si es una RESTA, se puede dividir TANTO POR LA SUMA COMO POR LA RESTA de las bases. Es decir, se puede elegir hacer con cualquiera de las dos. Por ejemplo:  
  
x4 - 81 es divisible por x + 3 y también por x - 3. Podemos elegir con cuál hacerlo, pero si no queremos hacer mucho esfuerzo de memoria para recordar esto, lo hacemos por la resta. Y entonces, seguimos "la misma regla" que con las potencias impares: SUMA CON SUMA, RESTA CON RESTA, y no tenemos que recordar nada más.  
  
Si es una SUMA de potencias pares, no se puede dividir por la suma ni por la resta de las bases. Las sumas de potencias pares no tienen divisores. Es decir, ni la suma ni la resta de las bases sirve como divisor que haga que el resto dé cero. Por ejemplo: x4 + 16 no se puede dividir exactemente por (x + 2) ni por (x - 2), ya que en ninguno de los dos casos el resto es cero.   
Pero cuando las potencias pares son múltiplos de 3, de 5, u otros número impares (x6, x9, x12, x10, x20, etc.), si se pueden dividir, pero no por la suma o la resta de las bases. De eso ya hablé aquí: [factorizar suma de potencias pares](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "sumapares" \t "_blank). Cómo se hace esto se puede ver en los siguientes ejemplos: [EJEMPLO 12](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "avanzados2" \t "_blank) y [OTRO EJEMPLO](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado2.htm" \l "sumaparfactorizada" \t "_blank).   
  
EN RESUMEN:  
  
POTENCIAS IMPARES: SUMA SE DIVIDE POR SUMA, RESTA SE DIVIDE POR RESTA.  
POTENCIAS PARES: RESTA DE DIVIDE POR SUMA O RESTA. SUMA NO SE DIVIDE POR NADA (con excepción de las potencias pares múltiplos de 3, 5, y los otros números impares; las cuales se pueden "transformar" en potencias terceras, quintas, etc.).  
  
IMPAR SUMA ---> SUMA  
IMPAR RESTA ---> RESTA  
PAR SUMA ---> NO SE PUEDE (Con algunas excepciones, para [Avanzados](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "avanzados2" \t "_blank))  
PAR RESTA ---> SUMA O RESTA   
  
  
NOTA: Hay otra forma de saber por cuál polinomio dividir, y es buscando cuál número es raíz del polinomio que quiero factorizar. Pero aquí no hemos hablado de las raíces de un polinomio, porque encaramos el tema de otra manera, de la manera que usualmente lo enseñan en el Nivel Medio ([Ver un ejemplo de esa otra forma](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm" \l "conraiz" \t "_blank))   
  
  
**¿Por qué en este Caso de Factoreo algunos dicen que "se puede dividir por x menos una raíz" del polinomio?**  
  
Bueno, eso sería ver el tema desde otro punto de vista, que no es lo usual en el Nivel Medio, sí ya en Nivel Terciario. Para eso deberíamos hablar primero de lo que es una "raíz" de un polinomio ([¿qué es una raíz de un polinomio?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm" \l "raizquees" \t "_blank)). Eso lo voy explicar más adelante, en el Caso de [Factoreo con Gauss](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm" \t "_blank). Allí también se verá que este Sexto Caso de Factoreo no es más que un caso particular del Caso de Factoreo con Gauss. Que en realidad son lo mismo. Sólo que usamos Gauss para polinomios de cualquier forma, mientras que este Sexto Caso es sólo para Sumas y Restas de potencias de igual grado. Que si usamos la división en los dos Casos, se puede apreciar que estamos usando el mismo concepto: la divisibilidad. En este Caso nos enseñan una Regla que nos dice cómo es la divisibilidad de los polinomios que queremos factorizar:  
  
"La suma de potencias impares es divisible por la suma de las bases"  
"La resta de potencias impares es divisible por la resta de las bases"  
"La resta de potencias pares es divisible tanto por la suma como por la resta de las bases"  
  
Pero ¿de dónde sale esa regla?. La "suma de las bases", la "resta de las bases" no son otra cosa que (x - una raíz del polinomio), ya que la "base" (una de ellas) o más bien el opuesto de la base es raíz del polinomio. Es decir que, el concepto que usamos sin saberlo (por usar una regla de memoria) es que un polinomio puede dividirse por otro de la forma (x - x1), donde x1 es una raíz del polinomio. Por ejemplo:  
  
x3 - 8 =  
x     2  
  
Según la Regla, ese polinomio es divisible por (x - 2): la "resta de las bases". Pero eso es por la sencilla razón de que el número 2 es raíz del polinomio, ya que si reemplazo la x por el número 2, el Valor Numérico dá cero (y esa es la condición para que un número sea raíz de un polinomio):  
  
23 - 8 = 8 - 8 = 0  
  
Otro ejemplo:  
  
x5 + 32 =  
x      2  
  
Según la Regla, ese polinomio es divisible por (x + 2): la "suma de las bases". Pero eso es porque (x + 2) es igual que (x - (-2)), y el número -2 es raíz del polinomio:  
  
(-2)5 + 32 = -32 + 32 = 0  
  
Tenemos de nuevo entonces que el polinomio es divisible por (x - raíz). ([Más sobre esto](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm" \l "conraiz" \t "_blank))  
  
  
**¿Qué es el grado de un término?**  
  
El grado de un término de un polinomio es el exponente al que está elevada la letra en ese término. Si el término tiene varias letras, se suman los exponentes de las distintas letras, pero eso no aparecerá en este tema. Por ejemplo, en:   
  
2x5 - 3x2 + 4x + 6   
  
El grado del primer término es 5, porque la letra x está elevada al exponente 5. El segundo término es de grado 2, porque la x está elevada a la 2. El grado del tercer término es 1, porque la x está elevada a la 1 (aunque "el 1 no se pone"). El último término es de grado 0, porque el término no tiene letra, es decir que la letra está elevada "a la cero".  
([no entiendo esto](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm" \l "gradocero" \t "_blank)).  
  
Pero en el tema que estamos viendo, cuando decimos "potencias de igual grado", nos referimos a "potencias con el mismo exponente". No es exactamente lo mismo que "grado del término". Por ejemplo:  
  
x3 + 8   son dos términos con "potencias de igual grado". Porque x3 es una potencia de exponente 3, y el 8 también es una potencia de exponente 3, ya que 8 es igual a 23. Sin embargo, eso no es lo mismo que "términos de igual grado", ya que el 8 no es un término de grado 3, sino que es un término de grado cero. Esto es apenas una diferencia dialéctica que quería comentar.  
  
  
**¿Cómo me doy cuenta de que un número es una potencia determinada de algún otro número?**  
  
Por ejemplo, cómo me doy cuenta de que 32 es potencia quinta de 2:  
  
La manera más fácil es tomar la calculadora y sacar la raíz correspondiente al número. En nuestro ejemplo, sacar la raíz quinta de 32. El resultado es 2, y así comprobamos que el 32 es una potencia quinta, porque tiene raíz quinta:  
  
= 2  
  
Y si no podemos usar la calculadora, hay que buscar un número que elevado a la potencia quinta dé 32. Como nunca el número ha de ser muy grande, se puede empezar probando con el 2. Calculamos 25 = 2.2.2.2.2 = 32. Si con 2 no dá, probamos con 3, con 4, etc., y tarde o temprano encontraremos el número. Por ejemplo:  
  
Quiero saber de qué número es potencia 3 el 64. Si no me doy cuenta en absoluto, porque no sé recuerdo bien las tablas y no me ingenio para hacer cálculos o aproximaciones mentales (lo más frecuente hoy en día) empiezo probando con el 2:  
  
23 = 2.2.2 = 8. No dá 64. Entonces pruebo con el 3:  
  
33 = 3.3.3 = 27. No dá 64. Entonces pruebo con el 4:  
  
43 = 4.4.4 = 64. Ahí me dió 64. Encontré el número que a la tercera dá 64. Es 4.   
  
  
**¿Qué quiere decir que un polinomio "divida exactamente" a otro polinomio?**  
  
Al igual que con los números enteros, se dice que un polinomio divide exactamente a otro polinomio, si el resto de la división dá cero. Por ejemplo, (x + 2) divide exactamente a  
x3 + 8, porque el resto de hacer (x3 + 8):(x + 2) es igual a cero:  
  
 x3  + 0x2 + 0x + 8 | x + 2         
-x3  - 2x2            x2 - 2x + 4   
     -2x2 + 0x + 8   
      2x2 + 4x  
            4x + 8  
           -4x - 8  
                 0   RESTO  
  
  
**¿Por qué es de grado 0 el término que es un número sin letra ("término independiente")?**  
  
Habíamos dicho que en 2x5 - 3x2 + 4x + 6, el término "6" es de grado 0. Y habíamos dicho que el "grado del término" era la potencia a la que estaba elevada la letra del término.  
En el término "6" no hay letra. ¿Por qué su grado es 0? Porque si queremos ponerle "letra" a ese término, podríamos ponerle la x elevada a la cero. Recordemos que x0 es igual a 1, como cualquier cosa elevada a la cero. Entonces:  
  
6.x0 es igual a 6.1, lo que es igual a 6.   
  
Así, puedo decir que 6 es igual a 6.x0. Y el término ahora sí tiene letra. Y el exponente de la letra es cero. Entonces, el grado del término es 0. El grado del "término independiente" siempre es cero. El término independiente es el término de grado cero. ([más sobre esto](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado1.htm" \l "independiente" \t "_blank))



# "TRINOMIO DE SEGUNDO GRADO" / EJERCICIOS RESUELTOS

**EJEMPLO 1**: (Un primer ejemplo)  
  
  
x2 + 3x + 2 = **(x + 1).(x + 2)**  
  
  
x1,2 =   
  
a = 1  
b = 3  
c = 2  
  
x1,2 =   
  
x1 =       (con la suma)  
  
x2 =       (con la resta)  
  
x1 = -1  
  
x2 = -2  
  
a.(x - x1).(x - x2)  
  
1.(x - (-1)).(x - (-2)) = **(x + 1).(x + 2)**  
  
  
Es un "trinomio", pero no es "cuadrado perfecto". Se puede factorizar buscando las "raíces" con la fórmula para resolver ecuaciones cuadráticas. Y se factoriza así: a.(x - x1).(x - x2). En este ejemplo "a" es igual 1, entonces no lo ponemos. También hay otro método para factorizarlo, pero no se puede aplicar en cualquier ejemplo.   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra1.htm) **EJEMPLO 2**: (Con coeficiente principal distinto de "1")  
  
  
2x2 - 3x + 1 = **2.(x - 1).(x - 1/2)**  
  
  
En este ejemplo, el coeficiente principal es 2. No hay que olvidarse de ponerlo en la factorización.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 2**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra2.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 3**: (Con fracciones)  
  
  
1/3 x2 - 1/3 x - 2 = **1/3. (x - 3).(x + 2)**  
  
  
Los coeficientes son fracciones. Eso puede complicar un poco el cálculo de las raíces.   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 3**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra3.htm)



**EJEMPLO 4**: ("No tiene solución en Reales")  
  
  
x2 - 6x + 10 = **No se factoriza**  
  
  
Cuando aplico la "fórmula de la cuadrática", queda una raíz cuadrada de un número negativo, que no tiene solución en el Conjunto de los Números Reales. Entonces un ejemplo así no se factoriza.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 4**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra4.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 5**: ("Raíz repetida")

1/3 x2 - 1/3 x + 1/12= **1/3. (x - 1/2).(x - 1/2)** = **1/3. (x - 1/2)2**

Cuando aplico la "fórmula de la cuadrática", obtengo un sólo resultado. Es que en realidad el Trinomio es "cuadrado perfecto", y podría factorizarse por el Tercer Caso, pero aplicando primero el Primer Caso: Factor Común (en este ejemplo en particular).   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 5**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra5.htm)  
  
  
  
**AVANZADOS:** (Raramente se ve en el Nivel medio)  
 **EJEMPLO 6**: (La raíz cuadrada no dá exacta)

x2 + x - 1 = [x - ()].[x - ()] = (x + ).(x + )



Cuando aplico la "fórmula de la cuadrática", me queda una raíz cuadrada que no dá exacta. Entonces, tengo que trabajar con "Radicales", y las raíces (x1 y x2) son expresiones de dos términos.   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 6**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra6.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 7:** ("Bicuadrada")  
  
  
x4 - 5x2 + 4 = (x - 1).(x + 1).(x - 2).(x + 2)  
  
  
Con este Caso de Factoreo se pueden factorizar también algunos polinomios de cuarto grado, que cumplen con ciertas condiciones: un término de grado 4, un término de grado 2 y un término independiente. También se usa la fórmula resolvente de las ecuaciones cuadráticas, pero se encuentran 4 raíces.  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO7**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra7.htm)

CONCEPTOS - DUDAS - COMENTARIOS

# SOBRE EL SÉPTIMO CASO: "TRINOMIO DE SEGUNDO GRADO"

**¿Por qué se le llama "Trinomio de Segundo Grado"?**  
  
Porque sirve para factorizar polinomios de 3 términos ("trinomios"), cuyo grado sea 2  
 ([¿qué es el grado de un polinomio?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado1.htm#queesgrado)). Por ejemplo: x2 + 3x + 2; 6x2 - x - 1, etc.  
  
  
**¿Debe cumplir alguna condición especial el trinomio para que le pueda aplicar el Caso?**  
  
Un trinomio de segundo grado completo, con un sólo tipo de letra, siempre tiene: un término de segundo grado (por ej: "2x2"), un término de grado 1 (por ej: "-3x") y un término independiente (por ej: "1"). No hay ninguna condición especial que deban cumplir sus coeficientes ([¿coeficiente?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun4.htm#coeficiente)). Sin embargo, no siempre se llega a obtener una factorización. A veces no hay solución posible (en el conjunto de los números reales), entonces el trinomio queda sin factorizar. Pero a priori, en cualquier trinomio completo de grado 2 se puede intentar aplicar el Caso. Aunque es mejor fijarse primero si no es posible aplicarle el Tercer Caso: Trinomio Cuadrado Perfecto, ya sería más "correcto" aplicarle este Caso si correspondiera. De todos modos se llega al mismo resultado, o resultados equivalentes.   
  
  
**¿Por qué alguien le llamaría "Trinomio Cuadrado No Perfecto" a este Caso?**  
  
Por oposición a lo que es un Trinomio Cuadrado Perfecto. Recordemos que en el mencionado Tercer Caso, tenemos un trinomio que viene de usar la fórmula del Binomio al Cuadrado:  
(a + b)2 = a2 + 2ab + b2, y por eso se lo llama "Cuadrado Perfecto". Ese Tercer Caso no sirve para factorizar un Trinomio que no venga de usar esa fórmula, es decir que no sirve para factorizar un Trinomio que no sea en definitiva el "cuadrado" de un binomio (Para entender esto hay que ver el [Tercer Caso de Factoreo](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm)). Y entonces, para factorizar esos otros trinomios que NO son cuadrado de un binomio, tenemos este Séptimo Caso, y por eso se nos podría ocurrir llamarlo "Trinomio Cuadrado No Perfecto". Porque sirve para factorizar a aquellos trinomios que, son de segundo grado (cuadrado), pero no son "perfectos cuadrados" de ningún binomio.  
  
  
**¿Qué conceptos se usan para factorizar por este Caso?**  
  
- Si lo hacemos con la fórmula para resolver ecuaciones cuadráticas ("fórmula resolvente":  
x1,2 =), lo que usamos es que los polinomios de segundo grado pueden descomponerse como producto de dos polinomios de la forma (x - raíz), multiplicado por el coeficiente principal ([¿qué es el coeficiente principal?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#principal)). Si llamamos a las raíces x1 y x2, el polinomio quedaría así factorizado:   
  
a.(x - x1).(x - x2)  
  
Recordemos que "a" se le llama al coeficiente principal de un polinomio de grado 2, que en general sería así:  
  
**a**x2 + bx + c  
  
Es por eso que tenemos que usar la "fórmula de la cuadrática" para encontrar esas x1 y x2, que se llaman "raíces" del polinomio, y de lo que todavía no hablamos nada aquí (lo voy a hacer cuando el explique el [Factoreo con Gauss](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm) ([¿qué son las raíces de un polinomio?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#raizquees)). Cabe aclarar que esto de factorizar "según sus raíces" no sólo vale para los polinomios de grado 2, sino que es algo general para todos los polinomios que tienen alguna raíz. Pero Ése no es nuestro tema ahora.  
  
  
- En cambio si factorizamos por el otro método (buscar dos números que sumados den igual a "b" y que multiplicados den igual a "c") ([explicación del método](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra1.htm#segundometodo)), lo que estamos usando son unas propiedades que cumplen las raíces de un trinomio de grado 2:  
  
x1 + x2 = -b/a  
  
x1.x2 = c/a  
  
Para poder usar ese método, "a" debe ser igual a 1, y entonces las propiedades quedarían así enunciadas:  
  
x1 + x2 = -b  
  
x1.x2 = c  
  
Aquí se puede ver un poco más claramente que la suma de las raíces tiene que ver con el coeficiente "b" (es -b, el opuesto de b). Y su multiplicación es igual al coeficiente "c". Por eso buscamos dos números (las supuestas raíces) que multiplicados den igual al término independiente (c) y que sumados den igual al término de grado 1 (b). El cambio de signo de "b" tiene que ver con que las raíces "se restan" a la x, pero no viene al caso analizar eso.  
  
  
**¿Cómo puedo verificar si factoricé bien?**  
  
Como en cualquier Caso de Factoreo, "haciendo la multiplicación". Como el resultado de factorizar, siempre es una multiplicación, hago la multiplicación y tengo que obtener el polinomio original. En este Caso puedo tener que multiplicar dos o tres cosas:   
  
- Dos binomios, en caso de que el coeficiente principal "a" sea igual a 1. Por ejemplo:  
  
(x + 1).(x + 2) =  
  
En un ejemplo así uso la Propiedad Distributiva para multiplicar esos dos binomios:  
  
(x + 1).(x + 2) = x2 + 2x + x + 2 = x2 + 3x + 2   (Así se verifica el [EJEMPLO 1](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#ejemplo1))  
  
([¿cómo se hacen estas "distributivas"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/trinomio1.htm#distributivas))  
  
- Si el coeficiente "a" es distinto de 1, tengo tres cosas para multiplicar: los 2 binomios y el coeficiente "a". En un caso así tengo que aplicar la Distributiva entre dos de las cosas, y luego entre el resultado y la otra que quedó. Por ejemplo:  
  
2.(x - 1).(x - 1/2) =   
  
Puedo aplicar primero la Distributiva entre 2.(x - 1), y luego entre el resultado y (x - 1/2):  
  
2.(x - 1).(x - 1/2) = (2x - 2).(x - 1/2) = 2x2 - x - 2 x + 1 = 2x2 - 3x + 1   ([EJEMPLO 2](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#ejemplo2))  
  
  
O puedo aplicar primero la Distributiva entre (x - 1).(x - 1/2), y luego entre el resultado y el coeficiente principal 2:  
  
2.(x - 1).(x - 1/2) = 2.(x2 - 1/2 x - x + 1/2) = 2.(x2 -3/2 x + 1/2) = 2x2 - 3x + 1  
  
  
**¿Cómo me doy cuenta que podría aplicar este Caso a un polinomio?**  
  
Un poco ya lo dije en los puntos anteriores: Tiene que ser un polinomio completo de segundo grado en una sola letra, es decir:  
  
- Tiene que tener 3 términos ("trinomio"), cada uno de distinto grado (2, 1 y 0), siendo 2 el grado más alto.  
- Debe tener un solo tipo de letra y no varias (todas "x" por ejemplo)  
  
Esas dos condiciones son las que cumple un polinomio completo de segundo grado en una sola letra. Por ejemplo:  
  
3x2 - 5x + 1  
8a + 4 - a2  
1 + 2b2 - b  
-x2 + 5 -3x  
  
etc.  
  
Con que se cumplan esas condiciones, ya puedo aplicar el Caso, pero eso no asegura que encuentre una factorización posible, porque el polinomio puede no tener "raíces Reales" ([¿"raíces reales"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#raicesreales)). Si antes de aplicar la fórmula quiero asegurarme de que encontraré una solución, tengo que calcular el llamado "Discriminante", el cuál debe dar un número positivo o cero. Sobre el Discriminante hablo en la próxima pregunta.   
  
  
**¿Qué es el "Discriminante" en una ecuación cuadrática? ¿Para qué me puede servir en este Séptimo Caso?**  
  
Se le llama "Discriminante" a la expresión que está debajo de la raíz en la fórmula "resolvente" para las ecuaciones cuadráticas. Recordemos la fórmula:  
  
x1,2 =   
  
Lo que está en rojo es el "discriminante": b2 - 4ac. Siendo a, b y c los coeficientes de una ecuación cuadrática cuya forma general es: **ax2 + bx + c = 0**.  
  
Resulta que, dependiendo de si este "discriminante" es positivo, negativo o cero, la ecuación tiene dos soluciones, no tiene solución o tiene una sola solución, siempre hablando del Conjunto de los Números Reales ([¿qué son los Números Reales?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad8.htm#numerosreales)). Resumamos eso:  
  
Si b2 - 4ac > 0  (o sea, si el discriminante es un número positivo), hay 2 soluciones  
  
Si b2 - 4ac < 0  (o sea, si el discriminante es un número negativo), NO TIENE SOLUCIÓN  
  
Si b2 - 4ac = 0  (o sea, si el discriminante es igual a cero), hay 1 sola solución.  
  
Ésa es la razón de su nombre: Discriminante. Porque sirve para discriminar cuántas soluciones tendrá la ecuación, o cuántas raíces tendrá un polinomio de segundo grado ([¿soluciones o raíces? ¿qué diferencia hay en eso?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#raicesoluciones)[¿qué son las raíces de un polinomio?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra1.htm#igualaracero)). Y la razón de por qué puede determinar si una ecuación tiene o no solución, tiene que ver con que el discriminante está debajo de una raíz cuadrada. Y si el discriminante dá negativo, nos encontramos con que hay que calcular la raíz cuadrada de un número negativo, lo cual no tiene solución en Reales ([Ver ejemplo](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#raicesreales))  
  
**¿Y qué tiene que ver eso con el Caso de Factoreo que estamos viendo?** Que para poder factorizar a nuestro trinomio, tengo que tener 2 soluciones o al menos 1 solución. Si la fórmula no me va a dar ninguna solución, no vale la pena que la aplique completa. Entonces, antes de ponerme a aplicar la fórmula, podría solamente calcular el Discriminante, que es más corto, y así saber previamente si va a dar o no alguna solución. Si dá negativo, sé que no se va a poder factorizar y ni lo intento. Si dá 0, tiene una sola solución y sería mejor que aplique el Tercer Caso: Trinomio Cuadrado Perfecto (Esto pasa en el [EJEMPLO 5](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#ejemplo5)).  
¿Es obligatorio entender y aplicar esto del discriminante? No. Simplemente es un recurso que sirve para ahorrar un poco de tiempo, pero se lo puede ignorar completamente si se quiere. Aquí unos ejemplos de su aplicación:  
  
Supongamos que tengo que factorizar el trinomio de segundo grado:  
  
x2 + 2x + 5 =      a = 1    b = 2   c = 5  
  
En vez de aplicar toda la fórmula, solamente pruebo el discriminante: b2 - 4ac  
  
b2 - 4ac = 22 - 4.1.5 = 4 - 20 = **-16**  
  
Dió -16, un número negativo. Entonces, el polinomio no tiene raíces ([¿qué es eso?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra1.htm#igualaracero)). No aplico la fórmula completa, porque sé que no voy a poder factorizar el trinomio.  
  
Otro ejemplo:  
  
x2 + 2x - 3 =      a = 1    b = 2   c = -3  
  
Discriminante: b2 - 4ac = 22 - 4.1.(-3) = 4 + 12 = 16  
  
El discriminante es igual a 16, un número positivo. Entonces el polinomio tiene 2 raíces. Aplico la fórmula completa y puedo factorizar el polinomio:  
  
x1,2 =    
  
Como el discriminante ya lo había calculado, directamente puedo ponerlo bajo la raíz cuadrada. Los dos resultados de esa cuenta son: x1 = 2 y x2 = -3. Y entonces la factorización es: (x - 2).(x + 3)  
  
Y la otra alternativa posible es un ejemplo como éste:  
  
x2 - 6x + 9 =  
  
Discriminante: b2 - 4.a.c = (-6)2 - 4.1.9 = 36 - 36 = 0  
  
El discriminante es igual a 0, entonces el polinomio tiene una sola raíz. Si uso la fórmula completa, me dá un solo resultado, también llamado "raíz doble". Es porque el trinomio es en realidad un cuadrado perfecto, y es más conveniente aplicar el Tercer Caso: Trinomio Cuadrado Perfecto. Pero también se puede hacer con este Séptimo Caso (Ver [EJEMPLO 5](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#ejemplo5)).  
  
  
**¿Cuándo desisto de usar el caso?**  
  
Como ya lo dije en las preguntas anteriores: cuando al aplicar la fórmula de la ecuación cuadrática, "lo que está debajo de la raíz cuadrada" me dá un número negativo. En ese caso no hay solución posible en el Conjunto de los Números Reales, entonces no puedo encontrar los valores de x1 y x2 que necesito para factorizar el polinomio. Por ejemplo:  
  
x2 + 2x + 5 =             a = 1    b = 2   c = 5  
  
    
  
Como la raíz cuadrada de -16 no tiene solución en el Conjunto de los Números Reales, no puedo encontrar los valores de x1 y x2 que necesito para la factorización de ese trinomio de segundo grado. Entonces, desisto de usar el Caso.  
  
  
**¿Qué es el coeficiente principal de un polinomio?** (Ver también: [¿qué es un coeficiente?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun4.htm#coeficiente))  
  
Es el número que multiplica a la letra con mayor exponente en el polinomio (estamos hablando de polinomios con un sólo tipo de letra, la x por ejemplo). Por ejemplo, en:  
  
5x2 - 6x + 2x4       
  
El coeficiente principal es 2, el número que multiplica a la x4, que es la que tiene el mayor exponente. Bien dicho sería: "Es el coeficiente del término de mayor grado" ([¿qué es el grado?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado1.htm#queesgrado))  
  
Entonces, en un polinomio de segundo grado como los que estamos usando en este Séptimo Caso, el coeficiente principal es el número que multiplica a la x2. Y se lo representa con la letra "a", siendo "b" y "c" los otros coeficientes (el de grado 1 y el término independiente). Por ejemplo, en: 3x2 - 2x + 1, el coeficiente principal es 3. Y en la fórmula general para un trinomio de segundo grado: ax2 + bx + c, el coeficiente principal es "a".  
  
  
**¿A qué me refiero cuando digo que el polinomio "no tiene raíces reales"?**  
  
Para factorizar en este Séptimo Caso se buscan x1 y x2, que son las raíces del polinomio de segundo grado, y para eso se aplica la fórmula "resolvente" de las ecuaciones cuadráticas. De lo que son las "raíces" de un polinomio no voy a hablar aquí, sino que profundizaré en ese concepto cuando explique el [Caso de Factoreo con Gauss](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm) ([¿qué son las raíces?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#raizquees)). Pero lo que hay que saber aquí es que puede pasar que, al aplicar la fórmula resolvente, nos quede para calcular la raíz cuadrada de un número negativo, lo cual no tiene solución en el Conjunto de los Números Reales ([¿qué son los Números Reales?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad8.htm#numerosreales)). Por ejemplo:   
  
x1,2 =   
  
Como la raíz cuadrada de -16 no es un número real ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#raicesreales)), no se pueden calcular tampoco los valores de x1 y x2, que serían las raíces del polinomio. Entonces se suele decir que el polinomio no tiene "raíces reales", lo que en realidad quiere decir que sus raíces no son Números Reales.  
  
  
**¿Por qué la raíz cuadrada de -16 no es un número Real?** ([¿qué es un número "Real?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/difcuadr/difcuad8.htm#numerosreales))  
  
  no dá como resultado un número Real, ya que no existe ningún número Real que elevado a la potencia 2 dé como resultado -16. Cualquier número Real que elevemos a la potencia 2 nos dará como resultado un número positivo, nunca dará un número negativo. Y eso es porque, al elevar a la potencia 2, estoy multiplicando 2 veces por sí mismo a un número. Y siempre que multiplique 2 veces por sí mismo a un número, voy a obtener un resultado positivo, debido a la Regla de los signos para la multiplicación ("más por más, más", "menos por menos, más"). Veámoslo con ejemplo:   
  
(-4)2 = (-4).(-4) = 16   Número negativo al cuadrado dá positivo, porque "menos por menos, más"  
  
42 = 4.4 = 16              Número positivo al cuadrado dá positivo, porque "más por más, más"  
  
No hay manera de que un número Real, elevado al cuadrado, dé un resultado negativo. Y es por la Regla de los signos.  
  
Ahora ¿Por qué si no hay solución posible, se aclara "no tiene raíces Reales"? ¿Por qué no dicen directamente que "no tiene raíces", y listo? ¿Acaso no incluye el Conjunto de los Números Reales a todos los otros conjuntos de números (Naturales, Enteros, Racionales e Irracionales)? La cuestión es que existe otro conjunto, el de los Números Complejos, y justamente se puede calcular    (y todas las raíces cuadradas de números negativos) en ese conjunto. es igual a 4i, un Número Complejo. Entonces, como SÍ existe un resultado, pero en otro Conjunto que no son los Números Reales, se aclara "no tiene raíces Reales". Quiere decir: Sí puede tener raíces en otro Conjunto diferente. Y es en el de los Números Complejos. Pero esas raíces no sirven para factorizar un polinomio en este tema.  
  
  
**¿Por qué a veces digo que x1 y x2 son "soluciones" y otras veces digo que son las "raíces"?**  
  
x1 y x2 son las "raíces" del trinomio de segundo grado que factorizamos en este Séptimo Caso, ya que lo hacemos basados en el concepto de que un polinomio de segundo grado se puede factorizar usando sus raíces, de esta manera: a.(x - x1).(x - x2). Lo que son las "raíces" de un polinomio no importa mucho aquí, ya lo explicaré en otro apartado. Lo único que nos interesa es encontrar esas x1 y x2, para poder factorizar. Entonces, hasta ahora,  
  las llamamos "raíces". Pero, resulta que esas raíces las puedo encontrar usando una fórmula, la fórmula resolvente de las ECUACIONES cuadráticas:  
  
x1,2 =   
  
Esta fórmula es para resolver una ECUACIÓN de segundo grado, de forma general:  
  
ax2 + bx + c = 0  
  
Y cuando resolvemos ecuaciones, lo que encontramos son "soluciones" de la ecuación. En el contexto de resolver esa ecuación, a x1 y x2 las llamo "soluciones". Ésa es la razón de por qué a veces les digo de una manera u otra.  
  
Lo que en realidad pasa es que, las **raíces** de un polinomio de segundo grado, son las **soluciones** de la ecuación que se forma cuando se iguala ese polinomio a "0" (cero). Es decir que "son lo mismo". Las "soluciones" de esa ecuación son las "raíces" del polinomio. Y para entender el por qué de esto hay que saber qué son las raíces de un polinomio. Pero para este tema no lo necesitamos saber aquí. ([¿qué son las raíces de un polinomio?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/trsegra1.htm#igualaracero))



# FACTOREO CON GAUSS / EJERCICIOS RESUELTOS

**EJEMPLO 1**: (Con coeficiente principal distinto de 1)  
  
2x3 - 3x2 - 11x + 6 = **(x + 2).(x - 3).(2x - 1)**  
  
  
Divisores del término independiente (6): k = 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6  
  
Divisores del coeficiente principal (2): a = 1, -1, 2, -2   
  
Posibles raíces del polinomio: k/a  
  
Entonces pueden ser raíces: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6, 1/2, -1/2, 3/2, -3/2  
  
El polinomio podría ser divisible por alguno de estos binomios: (x - 1),  
(x + 1), (x -2), (x + 2), (x + 3), (x - 3), (x + 6), (x - 6), (x + 1/2),  
(x - 1/2),(x + 3/2) ó (x - 3/2). Es decir (x - a), siendo "a" una de esas posibles raíces.  
  
Pruebo hacer varias de esas divisiones, hasta que encuentro que al dividir por (x + 2), el resto dá 0:  
  
  | 2  -3  -11   6  
  |  
  |  
-2|    -4   14  -6   
    2  -7    3 | 0  
  
Cociente: 2x2 - 7x + 3           Resto: 0  
  
Por ahora, la factorización queda: (x + 2).(2x2 - 7x + 3).  
  
En el polinomio de segundo grado que quedó puedo volver a buscar raíces con Gauss, o aplicar el [Séptimo Caso](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm) (usar la cuadrática). Voy a seguir con Gauss:

2x2 - 7x + 3 =  
  
Posibles raíces: 1, -1, 3, -3, 2, -2, 1/2, -1/2, 3/2, -3/2  
  
Cuando pruebo dividir por (x - 3), encuentro que el resto dá 0:  
  
  | 2  -7   3  
  |  
  |  
 3|     6  -3   
    2  -1 | 0  
  
Cociente: (2x - 1)      Resto: 0  
  
Como ya tengo todos polinomios de grado 1, la factorización queda así:  
  
**(x + 2).(x - 3).(2x - 1)**  
  
  
Según Gauss, es posible encontrar raíces de un polinomio entre los divisores del término independiente, y en los cocientes que forman esos divisores con el coeficiente principal (k/a). Para factorizar, hay que dividir al polinomio por (x - raíz), división que tiene como resto 0. Luego, como en el Sexto Caso, se factoriza usando el concepto de DIVIDENDO = DIVISOR X COCIENTE.(Nota: Para averiguar si un número es raíz del polinomio uso la división, porque así lo suelen hacer en el Nivel Medio, pero se puede hacer de otra forma)  
Para más información consultar en  [CONCEPTOS GENERALES DEL CASO](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#conceptos8)  
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/gauss1.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 2**: (Coeficiente principal igual a "1")  
  
x4 - 15x2 + 10x + 24 = **(x + 1).(x - 2).(x - 3).(x + 4)**  
  
  
k = 1, -1, 2, - 2, 3, - 3, 4, - 4, 6, - 6, 8, - 8, 12, -12, 24, - 24  
  
a = 1, -1  
  
Posibles raíces: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 6, -6, 8, -8, 12, -12, 24, -24  
  
Pruebo dividir por (x + 1) y el resto dá 0:  
  
   | 1  0  -15  10  24  
   |  
   |  
 -1|   -1    1  14 -24   
     1 -1  -14  24 | 0  
  
Va quedando: (x + 1).(x3 - x2 - 14x + 24)  
  
Ahora factorizo el cociente x3 - x2 - 14x + 24. Las posibles raíces son las mismas, porque es el mismo término independiente. Pruebo dividir por (x -2) y el resto dá cero:  
  
   | 1  -1  -14   24  
   |  
   |  
  2|     2    2  -24   
     1   1  -12 |  0  
  
Ahora va quedando: (x + 1).(x - 2).(x2 + x - 12)  
  
Factorizo el último cociente, que es de segundo grado. Podría usar Séptimo Caso, pero sigo con Gauss. Las posibles raíces son los divisores de 12: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 6, -6, 12, -12. Pruebo dividir por (x - 3):   
  
   | 1  1  -12  
   |  
   |  
  3|    3   12    
     1  4 |  0  
  
La factorización queda así:   
  
**(x + 1).(x - 2).(x - 3).(x + 4)**  
  
  
Como el coeficiente principal es igual a 1, no hace falta calcular las distintas raíces con la fórmula k/a. Porque k/1 = k. Entonces las posibles raíces son todas las posibles k, es decir, solamente los divisores del término independiente, sin tener en cuenta al coeficiente principal.   
  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 2**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/gauss2.htm)

CONCEPTOS - DUDAS - COMENTARIOS

# SOBRE FACTOREO CON GAUSS

**¿Qué dice el Teorema de Gauss?**  
  
Que es posible encontrar una raíz de un polinomio entre los divisores de su término independiente, o entre las fracciones que se puedan formar entre los divisores de su término independiente y de su coeficiente principal ([¿qué es el coeficiente principal?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/seggrado/septcaso.htm#principal)) ([¿qué fracciones?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#ksobrea)). En este Caso de Factoreo necesitamos esas "raíces" del polinomio ([¿para qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#paraque)), y ahí cobra importancia esto que dice Gauss. Usamos lo que dice "Gauss" para buscar esas raíces  
([¿qué son las raíces de un polinomio?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#raizquees)) que nos ayudarán a factorizar el polinomio. No nos hace falta saber o entender lo que son las raíces de un polinomio para poder factorizarlo, podemos pensar que son ciertos números que vamos a usar para dividir al polinomio por otro de la forma (x - raíz). Por ejemplo, si una posible raíz del polinomio es 2, vamos a dividir al polinomio por (x - 2). De todas maneras, explicaré también lo que son las raíces ([Ver aquí](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#raizquees)).  
  
  
**¿Qué es eso de los divisores y las fracciones que se forman? ¿Cómo se buscan las raíces del polinomio según Gauss?**  
  
Para encontrar raíces, hay que buscar primero los divisores del término independiente del polinomio ([¿qué es término independiente?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/iggrado1.htm#independiente)) y del coeficiente principal ([¿pero no era más fácil?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#masfacil)). Por ejemplo, en el polinomio: 2x3 -3x2 - 11x + 6, el término independiente es 6, y el coeficiente principal es 2. Tengo que buscar los divisores de 6 y los divisores de 2  
([¿qué son los "divisores"?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/mcd.htm#divida)).   
  
Divisores de 6: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6.  (En general los denomino con la letra "k")  
  
Divisores de 2: 1, -1, 2, -2.  (En general los denomino con la letra "a")  
  
Entonces, se pueden "buscar" raíces del polinomio, en todas las fracciones que se puedan armar entre "k" y "a", con la "k" arriba (numerador) y la "a" abajo (denominador). Es decir: **un divisor de 6 arriba, y un divisor de 2 abajo**. O un divisor del término independiente arriba, y un divisor del coeficiente principal abajo. Así:  
  
Posibles raíces:     
  
Esto puede dar un montón de combinaciones, que las voy a mostrar a todas en este ejemplo. Pero muchos resultados se repiten, así que no son tantos. Además, no hace falta que primero formemos todas las fracciones posibles... Podemos probar de a una, la que se nos ocurra.  
  
Y más fácil todavía: Podemos empezar **probando solamente a los divisores del término independiente** ([¿y por qué puedo hacer eso?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#soloindependiente)). Lo más probable es que encontremos una o más raíces en esos divisores, y con eso nos alcance para factorizar todo el polinomio, y ya no tengamos que andar pensando en ninguna fracción. Eso es lo que pasa en casi todos los ejercicios. Yo tengo que explicar la teoría completa, pero la teoría es más complicada de lo que en la práctica se hace: en el 99% de los ejercicios no necesitaremos acordarnos del coeficiente principal, ni fracciones ni nada. Simplemente trabajamos con los divisores del término independiente. Y también es muy probable encontrar raíces entre los números más pequeños: 1, -1, 2, -2. Entonces, conviene empezar por ellos y pronto encontraremos la o las raíces necesarias en pocos pasos.  
  
Pero, ¿por qué puedo usar los divisores del término independiente? Si la teoría dice otra cosa... ¿Por qué puedo obviar al coeficiente principal?:  
  
Porque el 1 es siempre uno de los divisores del coeficiente principal, ya que el 1 es divisor de cualquier número. Y una fracción que tenga un 1 abajo, es igual al número "que está arriba". A ver, para que se entienda en nuestro ejemplo:  
  
"k" puede ser: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6  
  
"a" puede ser: 1, -1, 2, -2  
  
Ahora voy a armar las fracciones con "a" = 1. Pero si a =1, es igual a "k": Sin la "a", sin fracción, sin tener en cuenta al coeficiente principal a.  
  
1/1 = 1   
  
-1/1 = -1  
  
2/1 = 2  
  
-2/1 = -2  
  
3/1 = 3  
  
-3/1 = -3  
  
Y así... Todas las "k" pueden ser tomadas como raíces, porque se las puede obtener de la fórmula   considerando que "a" es igual a 1. Así, todos los divisores del término independiente pueden ser raíces del polinomio, y no hace falta pensar en los divisores del coeficiente principal a menos que no se encuentre raíces entre los primeros.  
  
  
**¿Cuáles son los conceptos en que se basa este Caso?**  
  
Tal como en el [Sexto Caso de Factoreo](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm), en este Caso dividimos al polinomio por otro que lo [divide exactamente](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm#dividepolinomio). Y así, por el [concepto de división](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm#divisionconcepto), podemos decir que nuestro polinomio es igual a DIVISOR X COCIENTE, ya que el resto de la división es igual a 0 ([más sobre esto](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/iggrado/sxtocaso.htm#sinresto)).  
  
POLINOMIO = DIVISOR X COCIENTE  
  
Ahora ¿cómo encontramos un polinomio que divida exactamente al nuestro? Ése es el segundo concepto en que se basa el Caso: Un polinomio puede ser dividido exactamente por otro de la forma (x - x1), donde "x1" es una raíz de ese polinomio ([¿qué es una raíz?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#raizquees)).  
  
POLINOMIO = (x - x1). COCIENTE  
  
Luego, para seguir factorizando, buscamos una raíz del cociente para factorizarlo a él. Y si la encontramos, dividimos de la misma forma. Y así nos va quedando:  
  
POLINOMIO = (x - x1).(x - x2).COCIENTE2  
  
Así seguimos hasta que queden todos binomios de grado 1 (no se pueden factorizar), o que no haya más raíces.  
  
POLINOMIO = (x - x1).(x - x2).(x - x3)......ÚLTIMOCOCIENTE  
  
¿Y cómo encontramos todas esas raíces? Bueno, ahí es donde entra Gauss: Él es quien nos dice cómo, y eso ya lo expliqué en la pregunta anterior: [Ver aquí](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#ksobrea).  
  
  
**¿Y cuál es la diferencia entre este Caso y el Sexto Caso?**  
  
Como dije antes, podríamos considerar al Sexto Caso es un caso particular de este Caso. Porque en ambos Casos hacemos lo mismo: dividir por un polinomio de la forma (x - a) y usar el concepto de división para factorizar como DIVISOR X COCIENTE.  
Pero lo particular del Sexto Caso es que no buscamos la raíz por el término independiente, sino que la raíz la sabemos con sólo ver la forma del polinomio, porque hay una REGLA PRÁCTICA que nos lo dice: "Si es suma de potencias impares, se dividide por la suma de las bases. Si es resta de potencias impares, se divide por la resta de las bases...". En esa regla nos están diciendo por cuál polinomio dividir, y por ende nos están dando la raíz (sin decirlo) sin que la busquemos. Por la forma particular que tienen los polinomios que se pueden factorizar con el Sexto Caso (sólo dos términos, sumando o restando, y potencias del mismo grado), se puede saber por cuál polinomio dividirlo (y eso es lo mismo que conocer una raíz del polinomio). Ésa es una propiedad que tienen sólo los polinomios con esa forma, y por eso es un "caso particular".  
Entonces, aplicamos el Sexto Caso cuando tenemos un polinomio de dos términos; pero para polinomios cualquier cantidad de términos, donde no hay otro Caso que se pueda aplicar, usamos este Caso de Factoreo por Gauss, porque no cumplen la propiedad de los otros, no hay una Regla Práctica que nos diga por cuál polinomio dividirlos. Entonces, la diferencia fundamental entre estos Casos está en la forma del polinomio que quiero factorizar, y no en los conceptos en que se basan:  
  
Sexto Caso: Para polinomios de dos términos, que sean suma o resta de potencias de igual grado.  
Caso de Factoreo con Gauss: Para polinomios de cualquier cantidad de términos, que tengan un término independiente.  
  
Pero cuidado: Últimamente he visto que en el Sexto Caso no todos los profesores de Nivel Medio enseñan usar la "regla", sino que algunos enseñan sobre buscar la raíz, como en el Caso de Gauss que estamos viendo. Resulta que en un polinomio de dos términos con potencias del mismo grado hay una manera muy rápida de encontrar la raíz, y eso es lo que se puede hacer. Para quienes lo vean así, voy a explicar un ejemplo:  
  
x5 - 32 =  
x      2  
  
Las bases son: x y 2. Y es suma de potencias impares. En vez de usar la Regla Práctica que nos diría que debemos dividir por (x - 2), algunos profesores les hacen reemplazar la x con el número 2 y el número -2, de la siguiente manera:  
  
25 - 32 = 0  
  
(-2)5 - 32 = -32 -32 = 64  
  
Como fue usando el 2 que el resultado dió 0, resulta que el 2 es raíz del polinomio ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#ceroraiz)). Y entonces se lo puede dividir por (x - 2): Como en nuestro Caso, por (x - raíz). Se trata entonces de reemplazar la base numérica (el "2"), con positivo y con negativo, buscando cuál de las dos cuentas dá 0. Pero para esto hay que incorporar un nuevo concepto: "Raíz de un polinomio es un número que al reemplazarlo por la x hace que el polinomio dé 0". Es otra forma de hacerlo, pero incorpora un nuevo concepto que no es habitual usar en el Nivel Medio: lo que es una raíz, y que se puede dividir al polinomio por (x - raíz). En general lo hacen mecánicamente sin entender lo que están haciendo.  
Pero al hacerlo de esta otra manera, se parece más aún al Caso de Gauss. Porque la base es un divisor del término independiente, y estamos usando el concepto de raíz. Simplemente que en un polinomio con las características del Sexto Caso, no necesitamos buscar todos los divisores del término independiente, sino que basta con probar con la base en positivo o en negativo: alguna de las dos será la raíz que buscamos. Sólo tenemos que hacer dos pruebas.  Ahora, ¿qué es más fácil: recordar la Regla o hacer las dos pruebas? Porque las pruebas las hacemos por no saber o no recordar la Regla... Y esto de las pruebas lleva a otro asunto que responderé en la próxima pregunta...  
  
  
**¿Cómo puedo saber si un número es raíz de un polinomio? ¿Es la división por  
(x - raíz) la única forma?**  
  
No. Como en el Nivel Medio no suelen hablar mucho de las raíces de los polinomios, les hacen directamente hacer la división y les dicen que tiene que dar cero el Resto. Así también lo expliqué yo, para seguir en la misma línea de lo que se dá en el Nivel Medio.  
Pero en realidad, para saber si un número es raíz de un polinomio (con un sólo tipo de letra, "x" por ejemplo), hay que reemplazar todas las letras por ese número, y la cuenta total debe dar cero. Por ejemplo, el -2 es raíz del polinomio:  
  
2x3 -3x2 - 11x + 6 =  
  
Porque:  
  
2.(-2)3 - 3.(-2)2 - 11.(-2) + 6 = 2.(-8) - 3.4 + 22 + 6 = -16 - 12 + 22 + 6 = 0  
  
Y eso es porque, un número es raíz de un polinomio cuando al reemplazarlo por su variable el resultado dá cero. Se le llama raíces a esos números que hacen que un polinomio "dé 0". A este tipo de pruebas se le llama "Hallar el Valor Numérico del polinomio", o también se le dice "especificar el polinomio en tal número". En general a los polinomios se los llama con una letra y una variable entre paréntesis, así:  
  
P(x) = 2x3 -3x2 - 11x + 6  
  
Y esa notación es muy adecuada para lo que estamos haciendo, porque si ponemos un número en el lugar de esa x que está entre paréntesis, estamos "especificando" al polinomio en ese número, o hallando su Valor Numérico para ese número:  
  
P(-2) = 2.(-2)3 - 3.(-2)2 - 11.(-2) + 6  
  
Con esta notación, podemos decir que un número x es raíz de un polinomio si P(x) = 0.  
  
Entonces, cuando estamos usando este Caso de Factoreo con Gauss, tenemos otro método para saber si un número es o no raíz. No hace falta hacer la división por Ruffini para cada número que pueda ser raíz. En vez de la división, se puede hacer P(posible raíz) y tiene que dar cero. A veces es una cuenta mucho más sencilla que hacer toda una división por Ruffini. Otras veces no. Por ejemplo cuando se lo aplica en el Sexto Caso, donde es una simple suma o resta: 25 - 32 = 0.  
  
  
**¿Cuando me conviene aplicar este Caso en un polinomio?**  
  
Este Caso conviene dejarlo como último recurso, cuando no se puede aplicar ninguno de los 7 casos anteriores. Esta sugerencia no tiene que ver con su dificultad, sino que es porque los Casos de Factoreo tradicionales son los otros, y los profesores de Nivel Medio van a esperar que apliquen los otros Casos si es posible. Si en un polinomio donde se puede aplicar el Tercer Caso, aplican éste Caso de Gauss, al profesor le va a parecer que no saben ustedes reconocer a un Trinomio Cuadrado Perfecto, y eso les bajará puntaje. Lo mismo con los otros Casos, porque en realidad este Caso es aplicable a muchos polinomios que también se pueden factorizar por los otros Casos. Sólo basta que tenga un término independiente, un sólo tipo de letra, y que puedan encontrarse raíces con los divisores del término independiente.  
  
  
**¿Cuándo desisto de usar este Caso?**  
  
Y, si no encuentro ninguna raíz (o ninguna división dá con resto cero), no podré factorizar. Luego de analizar todas las posibles raíces y comprobar que ninguna lo es en realidad, desisto de usar este Caso. Recordemos que hay dos formas de saber si un número es raíz o no del polinomio:  
  
1) Dividir por (x - supuesta raíz), y el Resto debe dar cero para que la supuesta raíz lo sea en realidad ([Ver aquí](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#raizdivide)).  
  
2) Reemplazar la letra del polinomio por la supuesta raíz, y el Valor Numérico tiene que dar 0 ([Ver aquí](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/gauss/fgauss.htm#cuandoraiz)).  
  
  
**¿Qué son las raíces de un polinomio? ¿A ver algunos ejemplos?**  
  
Como ya dije antes, un número es raíz de un polinomio cuando al reemplazarlo por su variable el resultado dá cero. Se le llama raíces a esos números que "hacen que un polinomio dé 0". Es decir, aquellos números que, reemplazados en la letra del polinomio (x es la que estamos usando), hacen que el Valor numérico del polinomio sea cero. Por ejemplo en:  
  
x2 + 3x + 2 =  
  
Si reemplazo la x con (-2), tenemos que:  
  
(-2)2 + 3.(-2) + 2 = 4 - 6 + 2 = 0      El Valor que toma el polinomio es "cero".  
  
Podemos decir entonces que (-2) es raíz de ese polinomio. En cambio, si reemplazo la x por el número 3, tenemos que:  
  
32 + 3.3 + 2 = 9 + 9 +2  = 20   El Valor Númerico del polinomio es desigual a "cero".  
  
Entonces, el número 3 no es raíz de ese polinomio.  
  
A este tipo de pruebas se le llama "hallar el Valor Numérico del polinomio", o también se le dice "especificar el polinomio en tal número". Y en general a los polinomios se los llama con una letra y una variable entre paréntesis, así:  
  
P(x) = x3 + 2x2 - 5x - 6  
  
Esa notación es muy adecuada para lo que estamos haciendo, porque si ponemos un número en esa x que está en el paréntesis, estamos "especificando" al polinomio en ese número, o hallando su Valor Numérico para ese número:  
  
P(-3) = (-3)3 + 2.(-3)2 - 5.(-3) - 6 = -27 + 18 + 15 - 6 = 0  
  
Con esta notación, podemos decir que un número x es raíz de un polinomio si P(x) = 0.  
  
  
**¿Para qué necesito en este Caso las raíces del polinomio?**  
  
Porque para factorizar con este Caso debemos dividir al polinomio por (x - alguna raíz), como ya vimos en la explicación de los ejemplos. Para poder hacer esa división o divisiones es que buscamos raíces, ya que un polinomio puede factorizarse así:  
  
a.(x - x1).(x - x2).(x -x3)..... etc.  
  
Donde x1, x2, etc. son raíces del polinomio, y "a" el coeficiente principal, aunque este último detalle no hace falta tenerlo en cuenta en este Caso.  
  
Y viendo el polinomio factorizado de esa manera, nos podemos dar cuenta de las raíces son los números que "hacen que el polinomio dé 0", como dije cuando expliqué lo que son las raíces. Veamos en un ejemplo:  
  
3.(x - 1).(x + 4).(x - 2).(x - 3).(x + 5)  
  
En ese polinomio, las raíces son: 1, -4, 2, 3 y -5. Porque, ¿qué pasa si reemplazo en el polinomio por alguno de ellos, por ejemplo 1? El binomio (x - 1) va a valer cero (1 - 1 = 0). Y entonces queda todo el polinomio multiplicado por cero, lo cual por supuesto dá cero. Así:  
  
3.(1 - 1).(x + 4).(x - 2).(x - 3).(x + 5) =  
  
3.0.(x + 4).(x -2).(x - 3).(x + 5) = 0           
  
Lo mismo va a suceder si reemplazo la x por otra cualquiera de las raíces, por ejemplo: -4  
  
3.(x - 1).(-4 + 4).(x - 2).(x - 3).(x + 5)  
  
3.(x - 1).0.(x - 2).(x - 3).(x + 5) = 0



# EJERCICIOS COMBINADOS DE FACTOREO / EJERCICIOS RESUELTOS

**EJEMPLO 1**: (Factor Común y Diferencia de Cuadrados)  
  
2x2 - 18 =  
  
2.(x2 - 9) =  
    x    3  
  
**2.(x + 3).(x - 3)**  
  
  
Primero se puede sacar factor común "2". Luego, en x2 - 9 se puede aplicar el 5to Caso (Diferencia de Cuadrados). En cualquier ejercicio combinado, se aconseja empezar por aplicar Factor Común si se puede.

[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 1**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin1.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 2**: (Factor Común y Trinomio Cuadrado Perfecto)  
  
3x2 + 30x + 75 =  
  
3.(x2 + 10x + 25) =  
     x                  5   
             2.x.5  
  
**3.(x + 5)2**  
  
  
Aquí primero se puede sacar factor común "3", y luego aplicar el Tercer Caso: Trinomio Cuadrado Perfecto.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 2**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin2.htm)

**EJEMPLO 3**: (Factor Común y Suma o Resta de Potencias de Igual Grado)  
  
5x3 + 40 =  
  
5.(x3 + 8) =  
     x      2  
  
**5.(x + 2).(x2 - 2x + 4)**  
  
  
Primero se puede sacar factor común "5", y luego aplicar el Sexto Caso. El trinomio que queda luego de aplicar el Sexto Caso no se puede factorizar por ningún Caso (es un polinomio "primo").  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 3**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin3.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 4**: (Factor Común y Factor Común en Grupos)

30a4x - 15a3xz - 10a3y + 5a2yz =  
  
5a2.(6a2x - 3axz - 2ay + yz) =  
  
5a2.[3ax(2a - z) + y.(-2a + z)] =  
  
5a2.[3ax(2a - z) - y.(2a - z)] =  
  
**5a2.(2a - z).(3ax - y) =**  
  
  
Primero se puede sacar factor común 5a2, y luego agrupar para sacar factor común en grupos (2do Caso). Fue necesario incorporar el uso de corchetes son para no usar "paréntesis dentro de paréntesis". El tercer paso está de más si se prefiere sacar factor común negativo.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 4**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin4.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 5:** (Factor Común y Séptimo Caso)  
  
2ax2 + 6ax - 20a =  
  
2a.(x2 + 3x - 10) =    
  
**2a.(x - 2).(x + 5)**  
  
  
Se puede sacar factor común "2a", y luego aplicar el Séptimo Caso: Trinomio de Segundo Grado.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 5**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin5.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 6**: (Diferencia de Cuadrados y Diferencia de Cuadrados)  
  
x4 - 81 =  
x2     9  
  
(x2 + 9).(x2 - 9) =  
                 x     3  
  
**(x2 + 9).(x + 3).(x - 3)**  
  
  
Se puede aplicar el 5to Caso: Diferencia de Cuadrados. Y luego en el resultado aparece otra "diferencia de cuadrados".  
También se podía aplicar otro caso en un principio: 6to Caso (Suma o Resta de Potencias de Igual Grado). Y sería también un ejercicio combinado, porque se puede seguir con otro Caso (Ver EJEMPLO 7)  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 6**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin6.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 7**: (Suma o Resta de Potencias de Igual Grado y Factor Común en Grupos)  
  
x4 - 81 =  
x       3  
  
(x - 3).(x3 + 3x2 + 9x + 27)   
  
(x - 3).[x2.(x + 3) + 9.(x + 3)]  
  
**(x - 3).(x + 3).(x2 + 9)**  
  
  
Primero se puede aplicar el Sexto Caso. Luego en el cociente se puede agrupar para sacar "factor común en grupos". Eso sucede siempre que se use el Sexto Caso para factorizar restas de potencias pares.  
Este ejercicio es igual que el [EJEMPLO 6](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin6.htm), pero aplicando otros Casos de Factoreo. Puede apreciarse que, al factorizarlos completamente, se llega al mismo resultado por dos caminos diferentes.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 7**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin7.htm)  
  
  
  
**EJEMPLO 8**: (Factor Común en Grupos y Diferencia de Cuadrados)  
  
x3 + x2 - 9x - 9 =  
  
x2.(x + 1) + 9.(-x - 1) =  
  
x2.(x + 1) - 9.(x + 1) =  
  
(x + 1).(x2 - 9) =  
  
**(x + 1).(x + 3).(x - 3)**  
  
  
Primero se puede agrupar para aplicar el 2ndo Caso. Luego, hay una diferencia de cuadrados. El tercer paso está de más si se prefiere sacar factor común negativo.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 8**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin8.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 9**: (Factor Común en Grupos y Suma o Resta de Potencias...)  
  
x4 + ax3 + 8x + 8a =  
  
x3.(x + a) + 8.(x + a) =  
  
(x + a).(x3 + 8) =  
               x      2  
  
**(x + a).(x + 2).(x2 - 2x + 4)**  
  
  
Primero se puede agrupar para aplicar el 2ndo Caso. Luego queda una suma de potencias impares, entonces puede aplicarse el 6to Caso. El trinomio que queda luego de aplicar el Sexto Caso no se puede factorizar por ningún Caso.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 9**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin9.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 10**: (Trinomio Cuadrado Perfecto y Diferencia de Cuadrados)  
  
x4 - 2x2 + 1 =  
x2              -1  
     2.x2.(-1)  
  
(x2 - 1)2 =  
  x      1  
  
**[(x + 1).(x - 1)]2** =  
  
**(x + 1).(x - 1).(x + 1).(x - 1)  
  
(x + 1)2.(x - 1)2**  
  
  
Primero se puede aplicar el 3er Caso: Trinomio Cuadrado Perfecto. Luego queda una Diferencia de Cuadrados dentro del cuadrado. Se puede dejar expresado de cualquiera de las 3 maneras resaltadas en negritas.  
Este ejercicio también podría haberse hecho aplicando la "bicuadrada". En tal caso, no sería un ejercicio combinado ya que factoriza de una sola vez.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 10**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin10.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 11**: (Factor Común, F. C. en Grupos y Diferencia de Cuadrados)  
  
1/2 x4 + 3/4 x3 - 1/2 x2 - 3/4 x =  
  
1/2 x.(x3 + 3/2 x2 - x - 3/2) =  
  
1/2 x.[x.(x2 - 1) + 3/2 (x2 - 1)]=  
  
1/2 x.(x2 - 1).(x + 3/2)=  
         x      1  
  
**1/2 x.(x + 1).(x - 1).(x + 3/2)=**  
  
  
Primero se puede sacar factor común 1/2 x. Luego agrupar para aplicar el 2ndo Caso. Y después aparece una diferencia de cuadrados.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 11**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin11.htm)  
  
  
CON AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS (AVANZADOS)   
(Raramente se ve en Nivel Medio)  
  
Hay ejercicios de Factoreo donde se agrupa antes de factorizar, y en los distintos grupos se pueden aplicar Casos. Es algo similar a lo que sucede en el 2do Caso: Factor Común en Grupos, sólo que en los grupos no se aplica necesariamente Factor Común, sino cualquier otro Caso.  
  
  
**EJEMPLO 12**:  
  
x3 + y3 + 2x + 2y =   
  
(x + y).(x2 - xy + y2) + 2.(x + y)=   
  
(x + y).(x2 - xy + y2 + 2)=   
  
  
En el primer grupo apliqué el Sexto Caso (Suma o Resta de Potencias de Igual Grado), y en el segundo grupo saqué factor común "2". Luego saqué como factor común a la expresión (x + y), a semejanza de lo que se hace en el último paso del 2ndo Caso.   
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 12**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin12.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 13**:  
  
x3 + 2x2 + 2xy + 2y2 - y3 =   
  
x3 - y3 +  2x2 + 2xy + 2y2=  
  
(x - y).(x2 + xy + y2) + 2.(x2 + xy + y2)=   
  
**(x2 + xy + y2).(x - y + 2)**  
  
Primero cambié el orden de los términos para que se entienda cómo agrupé. En el primer grupo apliqué el Sexto Caso (Suma o Resta de Potencias de Igual Grado), y en el segundo grupo saqué factor común "2". Luego saqué como factor común a la expresión (x2 + xy + y2), a semejanza de lo que se hace en el último paso del 2do Caso.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 13**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin13.htm) **EJEMPLO 14**:  
  
x4 -16y4 - 4x3y + 16xy3 =  
x2    4y2  
  
(x2 + 4y2).(x2 - 4y2) - 4xy(x2 - 4y2) =  
  
(x2 - 4y2).(x2 + 4y2 - 4xy) =  
  x      2y      x      -2y  
  
(x + 2y).(x - 2y).(x - 2y)2 =  
  
**(x + 2y).(x - 2y)3**  
  
  
En el primer grupo hay un diferencia de cuadrados, y en el segundo grupo hay factor común 4xy (saqué directamente factor común negativo, porque es un ejercicio para avanzados). Luego, se puede sacar como factor común a la expresión x2 - 4y2, ya que está multiplicando en los dos términos que quedan. Pero después nos queda una diferencia de cuadrados y un trinomio cuadrado perfecto. Finalmente, como dos de los factores del resultado son iguales (x - 2y), los junté todos en uno solo elevado al cubo.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 14**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin14.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 15**:  
  
x5 - a5 - 5x + 5a =  
x     a  
  
(x - a).(x4 + x3a + x2a2 + xa3 + a4) - 5.(x - a) =  
  
**(x - a).(x4 + x3a + x2a2 + xa3 + a4 - 5)**  
  
  
El primer grupo es una resta de potencias de igual grado (Sexto Caso). Y en el otro grupo hay factor común "5". Luego se puede sacar como factor común a (x - a).  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 15**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin15.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 16**:  
  
2x3 - 3x2 - 3x + 2 =  
  
2x3 + 2 - 3x2 - 3x =  
  
2.(x3 + 1) - 3x.(x + 1) =  
     x      1  
  
2.(x + 1).(x2 - x + 1) - 3x.(x + 1) =  
  
(x + 1)[2.(x2 - x + 1) - 3x)] =  
  
(x + 1)(2.x2 - 2x + 2 - 3x) =  
  
(x + 1)(2x2 - 5x + 2) =  
  
(x + 1).2.(x - 2).(x - 1/2)  
  
**2.(x + 1).(x - 2).(x - 1/2)**  
  
  
Primero cambié el orden de los términos para que se vea cómo agrupé. Luego apliqué factor común en cada grupo, pero los "resultados" no son iguales como para seguir con el 2do Caso. Sin embargo se puede aplicar el Sexto Caso en el resultado del primer término (x3 + 1). Luego de eso sí que quedan dos términos donde hay un factor en común (x + 1). Saco ese factor común, y en el resultado aplico distributiva y "junto" las x para reducir a la mínima expresión. Así me encuentro con un Trinomio de Segundo Grado que tiene dos raíces reales, entonces aplico el Séptimo Caso.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 16**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin16.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 17**:  
  
x4 + 2x3 + 2x2 + 2x + 1 =  
  
x4 + 2x2 + 1 + 2x3 + 2x =  
x2               1  
      2.x2.1  
  
(x2 + 1)2 + 2x.(x2 + 1) =  
  
(x2 + 1).(x2 + 1 + 2x) =  
                x       1  
                               2.x.1  
  
**(x2 + 1).(x + 1)2**  
  
  
Primero cambié el orden de los términos para que se vea cómo agrupé. Luego apliqué Trinomio Cuadrado Perfecto en el primer grupo, y Factor Común en el segundo grupo. Quedaron dos términos que tienen como factor común a (x2 + 1). Saco ese factor común, y en lo que queda puedo aplicar Trinomio Cuadrado Perfecto.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 17**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin17.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 18**:  
  
x2 - 10x + 25 + x2a - 25a =  
x                 -5  
  
(x - 5)2 + a.(x2 - 25) =  
                  x       5  
  
(x - 5)2 + a.(x + 5).(x - 5) =  
  
(x - 5).[x - 5 + a.(x + 5)] =  
  
**(x - 5).(x - 5 + ax + 5a) =**  
  
  
En el primer grupo tengo un Trinomio Cuadrado Perfecto, y en el segundo grupo puedo sacar factor común "a". En el segundo paso aplico Diferencia de Cuadrados en el segundo término. Luego, queda (x - 5) como factor común.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 18**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin18.htm)  
  
  
  
  
**EJEMPLO 19**:  
  
x3 + x2 - 2 =  
  
x3 + x2 - 1 - 1 =  
  
x3 - 1 + x2 - 1 =  
  
(x - 1).(x2 + x + 1) + (x + 1).(x - 1) =  
  
(x - 1).(x2 + x + 1 + x + 1) =  
  
**(x - 1).(x2 + 2x + 2)**  
  
  
Con algo de inventiva nos damos cuenta de que -2 es igual a -1 -1, y eso nos serviría para poder aplicar el Sexto y el Quinto Caso con esas dos potencias de x. Luego de aplicar dichos casos, se puede sacar factor común (x - 1). El trinomio de segundo grado que queda no se factoriza, porque sus raíces son irracionales.  
  
[**EXPLICACIÓN DEL EJEMPLO 19**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combin19.htm)

CONCEPTOS - DUDAS - COMENTARIOS  
  
  
SOBRE LOS "EJERCICIOS COMBINADOS" DE FACTOREO:   
  
  
**¿A qué se le llama "ejercicios combinados" de factoreo?**  
  
A aquellos ejercicios en donde, luego de aplicar algún Caso de factoreo, se puede volver a factorizar algunos de los "factores" que quedaron ([¿qué es un factor?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun1.htm#porquefactorcomun)).  
Luego de estudiar todos los Casos de Factoreo, nos darán este tipo de ejercicios donde "se puede factorizar varias veces". Por ejemplo:   
  
5x2 - 5 =         Se puede ver claramente que hay factor común "5".  
  
5.(x2 - 1) =     Saco factor común, y descubro que hay una diferencia de cuadrados.  
    x     1  
  
5.(x + 1).(x - 1)   Aplico Diferencia de Cuadrados, y ya no se puede factorizar más nada.  
  
  
**Factor Común es lo primero que hay que aplicar (si hay)**  
  
Para los ejercicios combinados, se recomienda primero que nada sacar Factor Común si lo hay. Y recién después analizar si hay otros Casos. Podría decirse que por dos razones:  
  
- La mayoría de los ejercicios vienen combinados con algún factor común y recién después de extraerlo será "visible" otro Caso que haya.  
  
- Aunque se pudiera aplicar otro Caso desde un principio, luego seguiría habiendo factor común y habría que sacarlo. Esto no sería práctico, ya que podría dispersarse el factor común en varios factores y habría que sacarlo para cada uno. Con unos ejemplos se entiende mejor:  
  
4x2 - 4 =       
  
¿Qué pasa si aplico Diferencia de Cuadrados antes de sacar factor común "4"?  
  
(2x + 2).(2x - 2) =  
  
Resulta que ahora tengo factor común en dos lados. Tengo que sacar dos veces factor común en vez de una vez:  
  
2.(x + 1).2.(x - 1) =  
  
Y ahora quedaron dos factores comunes que saqué. Tengo que cambiar el orden y juntarlos:  
  
4.(x + 1).(x - 1)  
  
Así, se complicó un poco por no sacar el Factor Común "4" en primer lugar, antes de aplicar la Diferencia de Cuadrados. Otro ejemplo:  
  
4x2 + 8x + 4 =  
2x               2  
     2.2x.2 = 8x  
  
Si aplico Trinomio Cuadrado Perfecto en vez de sacar factor común "4", me queda así:  
  
(2x + 2)2  
  
Pero quedó factor común 2 dentro del cuadrado, entonces ahora hay que sacarlo:  
  
[2.(x + 1)]2  
  
Ya se ve cómo se va complicando, ya que hasta requirió el uso de corchetes, y encima ahora habría que aplicar el cuadrado, si se quiere que quede como es costumbre:  
  
**4.(x + 1)2**  
  
Esos son entonces ejemplos de lo que puede suceder si no aplicamos en primer lugar el Caso Factor Común.  
  
  
**¿Cuándo se termina de factorizar un polinomio?**  
  
Cuando en los factores que quedaron ([¿qué es un factor?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/fcomun1.htm#porquefactorcomun)) ya no se pueda aplicar ningún Caso de Factoreo. ¿Y cómo sé cuándo en un polinomio no se puede aplicar ningún Caso? Bien, al tema de combinar Casos, aquí se suma la dificultad de reconocer cuando en un polinomio puede aplicar algún Caso de Factoreo. Porque cuando aprendemos Caso por Caso, practicamos con ejercicios del Caso que estamos viendo, y ya sabemos que se va a factorizar por ese Caso. Pero luego de verlos todos, nos dan un polinomio y... ¿cómo nos damos cuenta de cuál de los 6, 7 u 8 Casos se puede usar?  
A la hora de encarar ejercicios combinados, debe ser una cuestión superada el tema del "reconocimiento" de Casos. Para eso, antes de hacer ejercicios combinados, conviene practicar con "ejercicios mezclados". Es decir, un grupo de ejercicios simples (para aplicar un sólo Caso), de los cuáles no se sepa de qué Caso son, y donde la principal consigna sea "reconocer el Caso" que se puede aplicar (Consultar en [CLAVES PARA RECONOCER EL CASO](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combires.htm#quecasoes)).  
  
Se podría decir que, en general, los polinomios que suelen quedar al final de un ejercicio, es decir los que ya no pueden factorizarse, son casi siempre:  
  
- Polinomios de grado 1, cuando hay una sola letra: (x - 3), (x + 1), (2 - a), (3b + 1), etc.   
  
- Sumas de potencias pares: (x2 + 4), (1 + a2), (b4 + 9), (x2y2 + 1), etc.  
  
- Trinomios de segundo grado que no pueden factorizarse por no tener raíces reales, o tener raíces irracionales. Es seguro que un trinomio que sea cociente en el Sexto Caso (cociente de la división), no será factorizable. Por ejemplo: (x2 + x + 1), (x2 - 2x + 4), etc.   
  
Pero esto apenas puede servir de referencias, ya que también hay otras posibilidades.   
  
  
**¿Cómo reconocer qué Caso de Factoreo se puede aplicar en un polinomio?**  
  
Cuando aprendemos cada Caso, debemos observar muy bien y tratar de recordar la "forma" que tienen los ejercicios de cada Caso. Eso nos dará la clave para luego, cuando tengamos que enfrentar un ejercicio sin saber de qué Caso es, reconocer el o los posibles Casos que pueden aplicarse. Casi siempre, debido a la "forma" del polinomio, sólo habrá una o dos posibilidades de Casos a elegir. Lo cuál hace que, con un poco de práctica, el reconocimiento sea casi instantáneo.   
El número de términos de un polinomio es la característica principal que nos servirá de clave para determinar cuál Caso le es aplicable:  
  
1) FACTOR COMÚN: El polinomio puede tener **cualquier número de términos**. Es decir que, en cualquier polinomio que veamos podría haber Factor Común. Parecería que este dato no sirve de mucho, pero pensemos que si aprendimos bien el Caso, no debe ser dificultoso reconocer que haya factor común en un polinomio: Tiene que haber una letra que figure en todos los términos, y/o los números de todos los términos deben ser múltiplos de algún número.  
  
2) FACTOR COMÚN EN GRUPOS: Tiene que tener un **número par de términos** (4, 6 u  8 términos). Recordemos que en este Caso hay que tomar grupos de igual número de términos, y eso sólo puede hacerse con los números pares.  
  
3) TRINOMIO CUADRADO PERFECTO: Tiene que tener **3 términos**. Luego, debe haber dos términos que sean "cuadrados" ([¿qué es un cuadrado?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/trinomio/terccaso.htm#uncuadrado)): Si son letras, deben ser potencias pares; si son números, deben tener raíz cuadrada exacta- Ejemplo: a6x2 + 6a3x + 9  
  
4) CUATRINOMIO CUBO PERFECTO: Tiene que tener **4 términos**. Luego, debe haber dos términos que sean "cubos" (potencias terceras): Si son letras, deben ser potencias múltiplo de 3 (3, 6, 9, 12, etc.); si son números deben tener raíz cúbica exacta.  
Ejemplo: a6x3- 6a4x2 + 12a2x - 8  
  
5) DIFERENCIA DE CUADRADOS: Tiene que tener **2 términos**. Luego, debe ser una resta (diferencia), y de dos "cuadrados" (letras con exponente par, números con raíz cuadrada exacta). Ejemplo: x4y6 - 25a2  
  
6) SUMA O RESTA DE POTENCIAS DE IGUAL GRADO ("Ruffini"): Tiene que tener **2 términos**. Luego, deben ser dos potencias del mismo exponente: si hay un número, debe ser potencia de igual exponente que la letra. Ejemplo: x3 - 8, donde 8 es igual a 23.  
  
7) TRINOMIO DE SEGUNDO GRADO ("Cuadrática"): Tiene que tener **3 términos**. Luego, debe tener un sólo tipo de letra. Uno de los términos debe tener la letra elevada al cuadrado, otro debe tener la letra sin elevar, y el otro término debe ser un número solo (sin letra). Por ejemplo: x2 + 3x + 2  
  
8) FACTOREO CON GAUSS: El polinomio puede tener cualquier número de términos, pero uno de los términos debe ser un número solo (término independiente). Si bien se puede aplicar con cualquier número de términos, se aconseja dejar este Caso como último recurso. Es decir, primero analizar si se puede aplicar cualquiera de los otros Casos.  
Ejemplo: 2x3 - 3x2 - 11x + 6   
  
Parece mucho, pero veamos en unos ejemplos cómo con estas claves se descartan rápidamente los Casos que no se aplican, y siempre hay que analizar uno o dos Casos solamente.  
  
Ejemplo 1:  
  
36x2 - a6b4 =  
  
Así es como hay que pensar: "Factor Común no hay. Tiene 2 términos, así que sólo puede ser el Quinto Caso o el Sexto Caso. Pero las potencias son todos cuadrados y es una resta. Mejor analizo si es una Diferencia de Cuadrados (5to Caso)".  
  
Ejemplo 2:  
  
x2 + 4x + 4 =  
  
"Factor Común no hay. Como tiene 3 términos podría ser Trinomio Cuadrado Perfecto o el Séptimo Caso (con "cuadrática"). Primero analizo si es el Tercero. Y sino, pruebo si es el Séptimo. Si no es ninguno de esos, tampoco será con Gauss ([¿por qué?](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/combina/combires.htm#porquenogauss))".  
  
Ejemplo 3:  
  
4x3  -  4x2  +  x - 1 =  
  
"Factor común no hay. Como tiene 4 términos, podría ser un Cuatrinomio..., ya que hay potencias terceras ("cubos"). Y si no lo es, pruebo a ver si se puede sacar Factor Común en Grupos. De últimas, pruebo el Caso de Gauss".  
  
Ejemplo 4:  
  
x3 - 1 =  
  
"Factor común no hay. Como tiene 2 términos hay dos Casos posibles: Quinto o Sexto. Pero como las potencias son impares, el Quinto no puede ser. Analizo si es el Sexto Caso".  
  
  
**¿Por qué digo que si en un trinomio de segundo grado no se puede aplicar el Tercer Caso ni el Séptimo, tampoco se podrá aplicar el Caso de Gauss?**  
  
Porque en el Caso de Factoreo con Gauss hay que buscar una raíz del polinomio. Y si el polinomio tiene raíces, se podrá aplicar, o Tercer Caso (Trinomio Cuadrado Perfecto) o Séptimo Caso (Trinomio de Segundo Grado). Es decir que, si previamente se trató de aplicar alguno de esos dos Casos y no se pudo factorizar, es porque el polinomio no tiene raíces. Y si no tiene raíces, tampoco se podrá aplicar el Factoreo con Gauss.  
Entonces, si hemos aprendido el Tercer y Séptimo Caso, nunca llegaremos a factorizar un trinomio de segundo grado por Gauss; ya que, como se recomienda intentar primero con los otros dos Casos, se lo habrá logrado factorizar con alguno de ellos. Y si no se pudo por ninguno de esos dos Casos, no tiene sentido probar con Gauss, porque como lo dije antes: no se podrán encontrar raíces.  Por ejemplo:  
  
x2 + 3x + 2 =  
  
Tercer Caso no es. Aplico Séptimo Caso y encuentro que las raíces son: x1 = -1 y x2 = -2. Se puede entonces factorizar con el Séptimo Caso, y queda así:  
  
(x + 1).(x + 2)   
  
Esas dos raíces son las mismas que hubiera encontrado con Gauss (son "los números hacen que el polinomio dé cero", o "los números que hacen que el Resto de la división dé cero").  
  
Otro ejemplo:  
  
x2 + 10x + 25 =  
x                 5  
        2.x.5 = 10x  
  
Es un Trinomio Cuadrado Perfecto, y la factorización queda así:  
  
(x + 5)2  
  
La raíz de este polinomio es -5, y es la misma que hubiera encontrado con el método de Gauss. Un Trinomio Cuadrado Perfecto tiene una sola raíz (raíz doble), y estando factorizado se le puede ver también la raíz:  
  
(x - x1)2  
  
En los ejemplos se puede ver que, si el polinomio tiene raíces, lo puedo factorizar por Tercer o por Séptimo Caso. Así que no hace falta llegar al Caso de Gauss. Y si no tuviera raíces, no se podría factorizar por Gauss (ya que lo que hacemos en Gauss es justamente buscar una raíz).  
  
Sin embargo, hay cursos de Nivel Medio donde no se enseñan todos los Casos, y por ejemplo, si no ven el Séptimo Caso, ven el Caso de Gauss. En esos cursos, los trinomios que no son "cuadrados perfectos" los factorizan con Gauss, lo cual no parece muy apropiado porque la división por Ruffini es un poco "particular" para un dividendo de segundo grado. Quedaría así:   
  
  
Raíz: -1  
  
  | 1  3    2  
  |  
  |  
-1|   -1   -2   
    1  2 |  0   
  
Cociente: (x + 2)  
  
Divisor: (x + 1)   
  
Factorización: (x + 1).(x + 2)

## EXPRESIONES ALGEBRAICAS RACIONALES

**1)** [**Expresiones Algebraicas Racionales**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/expralge/racionals.htm) **2)** [**Simplificación**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/expralge/simplifi.htm) **3)** [**Multiplicación**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/expralge/multipli.htm) **4)** [**División**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/expralge/division.htm) **5)** [**Sumas y Restas**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/expralge/sumas.htm) **6)** [**Operaciones Combinadas**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/expralge/racombi.htm) **7)** [**Ecuaciones Racionales**](http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/expralge/racecuac.htm)

<http://matematicaylisto.webcindario.com/polinomios/factoreo/factorc/pricaso.htm>